ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 MAI 1923.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les systèmes triples orthogonaux de M. Bianchi. Application à un problème sur les polaires réciproques par rapport à une sphère.* Note de M. C. **GUICHARD**.

M. Bianchi a fait connaître (¹) une classe remarquable de systèmes triples orthogonaux; ces systèmes sont tels qu'une famille de surfaces de Lamé (je supposerai que la propriété appartient aux surfaces $u_1 =$ const.) est formée de surfaces à courbure totale constante. Tous ces systèmes et tous ceux qui en dérivent par une transformation de Combescure sont caractérisés par la propriété suivante : *Ils sont associés à un système* O *situé dans un espace d'ordre* 4, *les fonctions d'associations* U_2 et U_3 *étant réduites à des constantes égales.* C'est le sixième cas indiqué page 66 dans mon Mémoire de la *Collection Scientia.*

Soit alors $M(x_1, x_2, x_3)$ un point qui décrit un tel système; je désigne par T_1, T_2, T_3 les tangentes au système placées dans leur ordre naturel; par A et B les deuxième et troisième foyers de T_1; par D et E les premiers foyers de T_2 et T_3. La droite DE est la première droite focale du plan T_2, T_3; MA et MB sont les rayons de courbure de la surface $u_1 =$ const.

Je désignerai par $M'(y_1, y_2, y_3, y_4)$ le point qui décrit un réseau O associé dans un espace d'ordre 4. On aura

$$(1)\quad \begin{cases} \varepsilon\, dx^2 = h_1^2\, du_1^2 + h_2^2\, du_2^2 + h_3^2\, du_3^2, \\ \varepsilon\, dy^2 = h_1^2\, U_1^2\, du_1^2 + h_2^2 \mu^2\, du_2^2 + h_3^2 \mu^2\, du_3^2. \end{cases}$$

(¹) *Annali di Mathematica*, t. 13 et 14.

U_1 étant une fonction de u_1 seul et μ une constante. Je désigne par β_{ik} les rotations du système M et par aU_1, $b\mu$, $c\mu$, β'_{ik} celles du système M′. La comparaison entre les fonctions de Lamé des deux systèmes donne

$$(2)\quad \begin{cases} \beta'_{12}=\dfrac{\mu}{U_1}\beta_{12}, & \beta'_{21}=\dfrac{U_1}{\mu}\beta_{21}, & \beta'_{23}=\beta_{23}, \\ \beta'_{13}=\dfrac{\mu}{U_1}\beta_{13}, & \beta'_{31}=\dfrac{U_1}{\mu}\beta_{31}, & \beta'_{32}=\beta_{32}. \end{cases}$$

Cela posé, en prenant les équations (24) et (33) de mon Mémoire de la *Collection Scientia*, pages 32 et 36, on a, avec les notations admises,

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\beta_{23}}{\partial u_2}+\dfrac{\partial\beta_{32}}{\partial u_3}+\beta_{12}\beta_{13}=0, \\ \dfrac{\partial\beta_{23}}{\partial u_2}+\dfrac{\partial\beta_{32}}{\partial u_3}+\dfrac{\mu^2}{U_1^2}\beta_{12}\beta_{13}+\mu^2 bc=0. \end{cases}$$

De ces deux équations on déduit

$$\left(\frac{1}{U_1^2}-\frac{1}{\mu^2}\right)\beta_{12}\beta_{13}+bc=0.$$

Je pose

$$(4)\quad \frac{1}{U_1^2}-\frac{1}{\mu^2}=\frac{1}{U^2}.$$

Cette fonction U de la variable u_1 intervient seule dans les équations finales. Il en résulte qu'il y a une infinité de systèmes M′ associés à un même système M, puisqu'on peut augmenter $\frac{1}{U_1^2}$ et $\frac{1}{\mu^2}$ d'une même constante. On a donc l'équation

$$(5)\quad \frac{1}{U^2}\beta_{12}\beta_{13}+bc=0.$$

En multipliant cette équation par β_{32}, puis par β_{23}, on en déduit

$$(6)\quad \frac{\partial}{\partial u_3}\left[\frac{1}{U^2}\beta_{12}^2+b^2\right]=0,\qquad \frac{\partial}{\partial u_2}\left[\frac{1}{U^2}\beta_{13}^2+c^2\right]=0.$$

Les deux autres systèmes d'équations analogues aux équations (3) donnent

$$(7)\quad \frac{\partial}{\partial u_1}\left[\frac{1}{U^2}\beta_{12}^2+b^2\right]=0,\qquad \frac{\partial}{\partial u_1}\left[\frac{1}{U^2}\beta_{13}^2+c^2\right]=0.$$

On voit que par un choix convenable des variables u_2 et u_3 on peut poser

$$(8)\quad \frac{1}{U^2}\beta_{12}^2+b^2=1,\qquad \frac{1}{U^2}\beta_{13}^2+c^2=1,$$

Les équations (5) et (8) permettent de poser

$$(9)\qquad \begin{cases} b = \cos\varphi, & \beta_{12} = \mathrm{U}\sin\varphi, \\ c = \sin\varphi, & \beta_{13} = -\mathrm{U}\cos\varphi, \end{cases}$$

d'où l'on déduit

$$(10)\qquad \begin{cases} a = -\dfrac{1}{\mathrm{U}}\dfrac{\partial\varphi}{\partial u_1}, & \beta_{32} = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial u_3}, \quad \beta_{31} = -\dfrac{1}{\mathrm{U}\sin\varphi}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial u_1\,\partial u_3}, \\ & \beta_{23} = \dfrac{\partial\varphi}{\partial u_2}, \quad \beta_{21} = -\dfrac{1}{\mathrm{U}\cos\varphi}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial u_1\,\partial u_2}. \end{cases}$$

Si l'on écrit maintenant les équations qui existent entre les rotations, on trouve que la fonction φ doit satisfaire à quatre équations aux dérivées partielles. Ce système a été discuté par M. Bianchi dans le Mémoire cité.

On obtiendra les surfaces de M. Bianchi en prenant pour h_1, h_2, h_3 les valeurs a, b, c. On a, en effet,

$$\mathrm{MA} = -\frac{h_2}{\beta_{12}} = -\frac{1}{\mathrm{U}}\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

$$\mathrm{MB} = -\frac{h_3}{\beta_{13}} = +\frac{1}{\mathrm{U}}\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}.$$

Dans ce cas, toute surface $u_1 = \text{const.}$ du système M est applicable sur une surface M' située sur une sphère de rayon $\frac{1}{\mu}$ dans un espace d'ordre quatre.

Voici maintenant quelques propriétés de ces systèmes. Le plan MDE décrit un système 5R. Il y a dans ce plan une infinité de cercles qui décrivent des systèmes Ω [1]. Dans le cas où $h_1 = a$, $h_2 = b$, $h_3 = c$, les cercles du centre M et de rayon constant décrivent des systèmes Ω.

Puisque le plan MDE décrit un système 5R, la première tangente MAB qui lui correspond par orthogonalité décrira un système C, ce qu'on vérifie facilement avec les valeurs de β_{12} et de β_{13}. Cette propriété *caractérise* les systèmes étudiés.

Si la fonction U_1 se réduit à une constante ω nécessairement distincte de μ, la fonction U se réduit à une constante; si l'on suppose toujours $h_1 = a$, $h_2 = b$, $h_3 = c$, les surfaces $u_1 = \text{const.}$ ont toutes la même courbure, on se trouve dans le cas des systèmes triples de Weingarten.

Si U_1 est constant, *la droite* DE *décrit un système* 3I. Cette propriété *caractérise* ces systèmes. Il résulte de là qu'il existe sur DE deux séries de

(1) Voir ma Note du 23 avril.

points P, P′ qui décrivent des systèmes O. La première tangente de P est une droite L située dans le plan MDE. Réciproquement, si une droite L est assemblée au plan MDE et si le premier foyer de L décrit un système O, la droite DE décrit un système 31; en effet, le premier foyer de L est sur DE; DE est donc assemblé à un système O et par conséquent décrit un système 31.

Je vais appliquer ces résultats à la solution du problème suivant :

Déterminer deux systèmes triples orthogonaux correspondants, tels, qu'aux points correspondants les premières tangentes à ces systèmes soient polaires réciproques par rapport à une sphère.

Par le centre O de la sphère je mène trois droites Ot_1, Ot_2, Ot_3 parallèles aux tangentes T_1, T_2, T_3 d'un système triple de Weingarten.

Il y aura une droite l parallèle à L qui décrit un système assemblé au plan Ot_2t_3. Le premier foyer de l décrit un système O. Soit λ la polaire réciproque de l par rapport à la sphère : la droite λ est parallèle à T_3; son premier foyer décrit donc un système O. On a donc bien ainsi une solution du problème posé. On voit facilement qu'on obtient toutes les solutions par cette méthode.

HYDRAULIQUE. — *Au sujet des coups de bélier dans les conduites de refoulement.* Note [1] de M. DE SPARRE.

La propagation de la vitesse et de la pression dans une conduite de refoulement suit la même loi que pour une conduite d'alimentation, sauf que le sens de la vitesse se trouve changé.

Par suite, si l'on désigne par a la vitesse de propagation pour une conduite de longueur l, supposée partout semblable à elle-même [2], et si l'on pose $\theta = \frac{2l}{a}$, on aura, pour le coup de bélier ξ_n et pour la vitesse v'_n à la base de la conduite à un instant quelconque de la $n^{\text{ième}}$ période de durée θ,

$$\xi_n = F(t) - F(t-\theta), \tag{1}$$

$$v'_n = v_0 + \frac{g}{a}[F(t) + F(t-\theta)], \tag{2}$$

---

[1] Séance du 7 mai 1923.

[2] Dans le cas d'une conduite à caractéristique variable, on remplacera la vitesse de propagation a par une valeur moyenne, comme on le fait pour une conduite d'alimentation.

v_0 étant la vitesse de régime à l'instant initial. Formules dans lesquelles $F(t)$ est nul pour $t < 0$.

Mais, en tenant compte de (1), l'équation (2) peut s'écrire

$$\frac{a}{g}(v'_n - v_0) = F(t) - F(t-\theta) + 2\{F(t-\theta) - F(t-2\theta) + \ldots + F[t-(n-1)\theta]\}$$

ou, si l'on pose

$$b_{n-1} = \xi_{n-1} + \xi_{n-2} + \ldots + \xi_1,$$

(3) $$\xi_n = \frac{a(v'_n - v_0)}{g} - 2b_{n-1}.$$

Nous allons appliquer cette formule au cas où le refoulement est arrêté pendant la première période, la conduite de refoulement étant fermée à la base, de sorte que, pour toute valeur de n, on a, en fin de période, $v'_n = 0$. La formule (3) donne alors pour la fin de la première période

$$\xi_1 = -\frac{av_0}{g}.$$

Mais la pression ne pouvant être négative, si l'on prend la pression atmosphérique égale à 10^{m} d'eau, on devra distinguer deux cas :

1° $$\frac{av_0}{g} < H + 10.$$

Dans ce cas, on a bien effectivement à la fin de la première période

$$\xi_1 = -\frac{av_0}{g}$$

et, par application successive de la formule (3), on verra que le coup de bélier variera à la fin des périodes successives de $-\frac{av_0}{g}$ à $+\frac{av_0}{g}$.

2° $$\frac{av_0}{g} > H + 10.$$

Dans ce cas, on aura à la fin de la première période

$$\xi_1 = -(H + 10)$$

et, par application successive de la formule (3), on verra que le coup de bélier variera à la fin des périodes successives

$$\text{de} \quad 2(H+10) - \frac{av_0}{g} \quad \text{à} \quad \frac{av_0}{g} - 2(H+10).$$

Si l'on suppose par exemple une conduite où la vitesse de régime de refou-

lement soit $2^m,50$, la vitesse de propagation $a = 100g$ et la hauteur de refoulement $H = 150^m$, on trouverait pour le coup de bélier à la fin de la première période

$$\xi_1 = -160^m$$

et le coup de bélier varierait ensuite de $+70^m$ à -70^m.

Supposons maintenant des conditions quelconques de refoulement et désignons par v_n ce que serait la vitesse de l'eau dans la conduite pendant la $n^{ième}$ période s'il n'y avait pas de coup de bélier.

Si le couple moteur des pompes, ainsi que leur rendement varie dans de faibles limites, on pourra admettre que l'on a ([1])

$$(4) \qquad v'_n(H + \xi_n) = v_n H.$$

En portant alors cette valeur de v'_n dans (3) et posant

$$(5) \qquad x_n = \frac{\xi_n}{H}, \qquad R_n = \frac{a v_n}{g H}, \qquad C_{n-1} = \frac{b_{n-1}}{H} = x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1},$$

on aura

$$(6) \qquad x_n^2 + (1 + R_0 + 2C_{n-1})x_n + R_0 + 2C_{n-1} - R_n = 0,$$

équation du second degré qui fera connaître de proche en proche x_n et, par suite, ξ_n.

On peut arriver, toutefois, en supposant

$$-\frac{1}{2} \leq x_n \leq 1,$$

à une formule plus simple qui donne une approximation suffisante.

Considérons l'expression

$$z = \frac{1}{1 + x} - 1 + \alpha^2 x,$$

où nous supposons

$$0 \leq x \leq 1,$$

on verra que, si l'on prend $\alpha = \frac{3}{4}$, on a

$$|z| \leq \frac{1}{16}.$$

De même, si nous considérons l'expression

$$y = \frac{1}{1 - x} - 1 - \beta^2 x,$$

([1]) Tout au moins si nous supposons $-\frac{H}{2} < \xi_n < H$.

où nous supposons

$$0 < x < \frac{1}{2}.$$

On verra que, si l'on prend $\beta = \frac{4}{3}$, on aura

$$|y| \leqq \frac{1}{9},$$

et il résulte de là que, en supposant

$$-\frac{1}{2} \leqq x_n \leqq 1,$$

on pourra (¹) remplacer l'équation

$$v'_n = \frac{v_n}{1 + x_n}$$

par la suivante :

$$(7) \qquad v'_n = v_n(1 - m x_n),$$

où, si $0 \leqq x_n \leqq 1$, on a

$$m = \frac{9}{16},$$

et, si $-\frac{1}{2} \leqq x_n \leqq 0$, on a

$$m = \frac{16}{9}.$$

On déduira alors des équations (3) et (7), en tenant compte des relations (5),

$$(8) \qquad x_n = \frac{R_n - R_0 - 2C_{n-1}}{1 + m R_n};$$

c'est la formule que nous avions en vue (²) et qui permet de calculer très simplement de proche en proche x_n et par suite ξ_n. Si nous supposons par exemple

$$v_1 = 2,5, \quad a = 100g, \quad H = 150, \quad v_n = v_1, \quad v_0 = 0,$$

nous trouverons par les formules (6) et (5)

$$x_1 = 0,8844, \quad \xi_1 = 132,7 \quad x_2 = -0,0374, \quad \xi_2 = -5,1,$$
$$x_3 = -0,0102, \quad \xi_3 = -1,5,$$

(¹) Avec une approximation suffisante pour le résultat à obtenir.

(²) Dans cette formule, on doit prendre $m = \frac{9}{16}$ si $R_n > R_0 + 2C_{n-1}$ et $m = \frac{16}{9}$ si $R_n < R_0 + 2C_{n-1}$.

et par la formule (8)

$$x_1 = 0,8602, \quad \xi_1 = 129,0, \quad x_2 = -0,0136, \quad \xi_2 = -2,0,$$
$$x_3 = -0,0067, \quad \xi_3 = -1,0.$$

Si l'on supposait ensuite, avec les mêmes valeurs de a et H,

$$\rho_1 = 1,25, \quad \rho_2 = 2,50 = \rho_3 \ldots,$$

on trouverait par les formules (6) et (5)

$$x_1 = 0,5408, \quad \xi_1 = 81,1, \quad x_2 = 0,2508, \quad \xi_2 = 37,6, \quad x_3 = 0,0161, \quad \xi_3 = 2,4$$

et par la formule (8)

$$x_1 = 0,5674, \quad \xi_1 = 85,1, \quad x_2 = 0,2745, \quad \xi_2 = 41,2,$$
$$x_3 = -0,0034, \quad \xi_3 = -0,6.$$

On voit que si les différences ne sont pas absolument négligeables, le degré d'approximation est cependant suffisant pour le but à obtenir, étant surtout donné que la relation (4) qui sert de point de départ n'est elle-même qu'approchée.

M. Charles Richet présente un livre intitulé : *Le savant* (Hachette, Paris, 1923) :

« Ce petit livre est le premier volume d'une collection qui va paraître à la librairie Hachette, intitulée : *Les caractères de ce temps*. J'espère que mes savants et respectés Confrères ne seront pas offensés par quelques-unes de mes appréciations sur le caractère des savants. J'espère qu'ils feront plus attention aux éloges qu'aux critiques. Et, pour qu'il n'y ait pas de méprise, je me permettrai de citer une des phrases qui répond le mieux à ma pensée :

« Tout compte fait, les savants représentent ce qu'il y a de plus noble dans l'espèce humaine .... Ils ne sont pas des dieux, et il y a des trous à la cuirasse ..., mais ils sont sans haine et sans avidité. Ils aiment le beau, le juste, le vrai. Ils savent que peut-être, grâce à eux, quelque lueur apparaîtra sur les crêtes de l'Océan ténébreux dans lequel l'humanité se débat, ahurie. Et tous les savants ont ce magnifique espoir, pour les soutenir en leur dur labeur, qu'ils seront utiles à leurs frères humains. »

M. Charles Richet présente le fascicule 29 du *Dictionnaire de Physiologie* (Alcan-Lisbonne, Paris, 1923; grand in-8°; 2e fascicule du Tome X) :

« Après une longue intermittence j'ai pu faire enfin paraître cette suite de mon Dictionnaire de Physiologie. Je signalerai dans ce fascicule qui va, au point de vue alphabétique, de Lumière à Manganèse, l'article de M. Raphaël Dubois sur la Lumière. Il s'agit là d'une monographie plus détaillée et plus complète que tout ce qui a paru jusqu'ici sur la Photogenèse en Zoologie et en Botanique. »

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Travaux de la station biologique de Roscoff*, publiés par Ch. Pérez. Fasc. 1. G. Teissier : Recherches sur *Dynamena pumila* (L.), fragments d'une Monographie zoologique. (Présenté par M. F. Mesnil.)

2° Le Tome I des *Annales de l'Institut de Physique du globe de l'Université de Paris et du Bureau central du Magnétisme terrestre*, publiées par Ch. Maurain. (Présenté par M. Daniel Berthelot.)

3° Divers ouvrages de Sir Robert A. Hadfield : *Corrosion of ferrous metals; Advances in the Metallurgy of Iron and Steel and their influence upon modern engineering; The work and position of the metallurgical chemist, also references to Sheffield and its place in metallurgy*, et des volumes relatifs aux distinctions accordées par plusieurs Sociétés. (Présenté par M. H. Le Chatelier.)

4° Ministère des Régions libérées. *Reconstitution foncière et cadastre. Rapport sur les expériences de levés de plans aux grandes échelles avec emploi de la photographie aérienne exécutées en* 1921 *et* 1922 *sur le territoire de Vignemont* (Oise) *sous la direction de M.* Roussilhe. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

ALGÈBRE. — *Sur un théorème d'algèbre.*
Note de M. **J.-L. Walsh**, présentée par M. Hadamard.

M. Landau a démontré que l'équation trinome

$$1 + x + ax^m = 0 \quad (m > 1)$$

a toujours une racine dont le module ne dépasse pas 2 et que l'équation quadrinome

$$1 + x + ax^m + bx^n = 0 \qquad (n > m > 1)$$

a toujours une racine dont le module ne dépasse pas un nombre inférieur à 6. Il a posé la question de savoir si l'équation à $k + 2$ termes

$$1 + x + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + a_k x^{m_k} = 0$$
$$(1 < m_1 < m_2 < \ldots < m_k)$$

a toujours une racine dont le module est limité supérieurement par un nombre $\varphi(k)$ ne dépendant que du nombre des termes de l'équation [1].

M. Montel a énoncé le théorème suivant :

Une équation à $k + 2$ termes dont les deux termes de moindre degré sont 1 *et x^p a toujours p racines dont le module ne dépasse pas un nombre fixe $\varphi(p, k)$, ne dépendant que de p et de k* [2].

Je veux ici indiquer un théorème un peu plus général :

Une équation à $k + 2$ termes dont les deux termes de moindre degré sont 1 *et x^p a toujours p racines dont le module ne dépasse pas un nombre fixe $\mu(k)$ ne dépendant que de k.*

Ce résultat peut se démontrer par une méthode presque identique à celle que M. Landau a employée (*loc. cit.*). Prenons, par exemple, $k = 2$; notre équation sera

$$(1) \qquad 1 + x^p + a x^q + b x^s = 0 \qquad (p < q < s).$$

L'équation (1) a s racines en valeur absolue inférieure à r_1, si nous avons

$$(2) \qquad |b| r_1^s > 1 + r_1^p + |a| r_1^q ;$$

l'équation (1) a q racines en valeur absolue inférieures à r_2, si nous avons

$$(3) \qquad |a| r_2^q > 1 + r_2^p + |b| r_1^s ;$$

et cette équation a p racines en valeur absolue inférieures à r_3, si nous avons

$$(4) \qquad r_3^p > 1 + |a| r_3^q + |b| r_3^s .$$

Notre théorème sera établi si nous pouvons choisir les quantités r_1, r_2, r_3 (ne dépendant pas de a, b, p, q, s) telles que l'une des inégalités (2), (3),

---

[1] E. Landau, *Annales de l'École Normale*, 3e série, t. 24, 1907, p. 198-201.

[2] P. Montel, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 852; voir aussi une Note de M. Sarantopoulos, *Ibid.*, t. 174, 1922, p. 591.

(4) soit toujours vérifiée. C'est-à-dire que nous n'avons qu'à satisfaire à l'une des inégalités obtenues par l'élimination de b :

$$\frac{|a|\,r_2^q - 1 - r_2^p}{r_2^s} > \frac{1 + r_1^p + |a|\,r_1^q}{r_1^s},$$

$$\frac{r_3^p - 1 - |a|\,r_3^q}{r_3^s} > \frac{1 + r_1^p + |a|\,r_1^q}{r_1^s}.$$

Il suffit de satisfaire à la seule inégalité

$$\frac{r_1^s r_3^p - r_1^s - r_3^s - r_1^p r_3^s}{r_1^q r_3^s + r_1^s r_3^q} > \frac{r_1^p r_2^s + r_2^s + r_1^s + r_1^s r_2^p}{r_1^s r_2^q - r_1^q r_2^s},$$

et cela se fait très facilement, si l'on prend $r_1 > r_2^2 > r_3^4 > 12^4$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions uniformes de deux variables indépendantes définies par l'inversion d'un système algébrique aux différentielles totales du quatrième ordre.* Note de M. **René Garnier**.

1. Dans son *Mémoire sur la théorie des fonctions algébriques de deux variables* (¹), M. Émile Picard posait la question suivante :

« Concevons une surface $f(x, y, z) = 0$ possédant deux expressions u de première espèce (²)

$$u = \int^{(x,y,z)} e^{\int \frac{P\,dx + Q\,dy}{R\,(f'_z)^2}} \left(dx + \frac{R_1 Q}{P_1 R}\,dy\right),$$

$$v = \int^{(x,y,z)} e^{\int \frac{P'\,dx + Q'\,dy}{R'\,(f'_z)^2}} \left(dx + \frac{R'_1 Q'}{P'_1 R'}\,dy\right).$$

Pouvons-nous imaginer que x, y, z soient des fonctions uniformes de u et v ? »

Cette même question, M. Picard la posait à nouveau dans sa *Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes* (³).

Or, plus généralement, nous venons de résoudre le problème suivant qui fait l'objet de cette Note.

Déterminer toutes les surfaces algébriques $F(x, y, z) = 0$ sur chacune

---

(¹) *Journ. Math. pures et appl.*, 4ᵉ série, t. 5, 1889, p. 309.

(²) C'est-à-dire restant finies en tout point (x, y, z) atteint par un chemin de longueur finie. Tous les coefficients P, ..., R' sont rationnels en x, y, z.

(³) T. 2, 1906, p. 484.

desquelles on peut construire deux expressions

$$(1)\qquad u=\int e^{\mathrm{I}}(\mathrm{H}\,dx+\mathrm{K}\,dy),\qquad v=\int e^{\mathrm{J}}(\mathrm{L}\,dx+\mathrm{M}\,dy)$$

avec

$$\mathrm{I}=\int \mathrm{P}\,dx+\mathrm{Q}\,dy,\qquad \mathrm{J}=\int \mathrm{R}\,dx+\mathrm{S}\,dy,$$

de telle sorte que les fonctions x, y, z, définies par l'inversion du système (1), soient uniformes en u et v. Dans l'énoncé précédent P, Q, R, S, H, K, L, M sont rationnels en x, y, z; enfin $d\mathrm{I}$ et $d\mathrm{J}$ *peuvent posséder des courbes polaires, mais d'ordre* 1 *au plus*. Nous indiquerons d'ailleurs à la fin des ces Notes les résultats que nous avons obtenus dans le cas où e^{I} et e^{J} possèdent des lignes de singularités essentielles.

2. Précisons d'abord les raisons pour lesquelles on est amené à se poser le problème précédent. En premier lieu si $x(u,v)$, $y(u,v)$, $z(u,v)$ est une solution de (1), la solution la plus générale s'en déduira en remplaçant dans la première u et v par $\mathrm{A}u+\mathrm{B}$ et $\mathrm{C}v+\mathrm{D}$ (A, B, C, D constantes arbitraires); on prévoit donc que le problème se présentera de lui-même dans la recherche des *fonctions uniformes de deux variables admettant des groupes de transformations hyperabéliens* : sur ce point nous renverrons aux travaux déjà cités de M. Emile Picard.

A un autre point de vue, le problème se rencontre à nouveau dans la recherche des *fonctions à points critiques fixes définies par des systèmes différentiels algébriques*. Effectuée dans le champ d'une variable et dans le cas des deux premiers ordres différentiels la recherche précédente exige la détermination préalable des équations

$$(\mathrm{A}_1)\qquad \frac{dx}{du}=f(x,y)\qquad \left[\text{ou } u=\int f^{-1}\,dx\right],\qquad \mathrm{F}(x,y)=0;$$

$$(\mathrm{B}_1)\qquad \frac{d^2x}{du^2}=f(x,y)\left(\frac{dx}{du}\right)^2\qquad \left[\text{ou } u=\int e^{-\int f\,dx}\,dx\right],\qquad \mathrm{F}(x,y)=0$$

(f et F rationnelles en x, y) à intégrale générale uniforme. Or, posé dans le champ de deux variables, le problème analogue à (A_1) s'énonce ainsi :

Déterminer toutes les surfaces algébriques $\mathrm{F}(x,y,z)=0$ telles que les fonctions x, y, z définies par l'inversion d'un système

$$(\mathrm{A}_2)\quad du=\mathrm{P}(x,y,z)\,dx+\mathrm{Q}(x,y,z)\,dy,\qquad dv=\mathrm{R}(x,y,z)\,dx+\mathrm{S}(x,y,z)\,dy$$

(P, Q, R, S rationnelles en x, y, z) soient uniformes en u et v. Ce problème a fait l'objet des recherches de M. Émile Picard, puis de celles de

M. Painlevé. Les surfaces F qu'ils ont obtenues sont : 1° les surfaces hyperelliptiques de Picard; 2° le cylindre elliptique; 3° le plan $z = 0$. Et les fonctions uniformes x, y, z de u et v se ramènent aux fonctions hyperelliptiques ou à des combinaisons de leurs dégénérescences. Quant au problème B_2 c'est précisément celui que nous étudions actuellement.

Enfin, remplaçons v par v_0 dans l'intégrale générale de (1); la fonction uniforme $x(Au + B, Cv_0 + D)$ vérifie une équation du troisième ordre, ce qui suffirait à justifier l'intérêt du système actuel au point de vue de la *théorie des équations différentielles à une variable.*

3. Or, tout ce que l'on sait sur l'extension à deux variables d'une théorie déjà établie pour une variable (en particulier la comparaison des problèmes A_1 et A_2) permet de prévoir que la question actuelle est singulièrement moins simple que l'intégration uniforme de B_1. Bornons-nous à cette seule remarque : alors que pour B_1 les résidus de $f(x, y)$ doivent être rationnels, au contraire, pour B_2, il est facile de construire des expressions u et v telles que I et J possèdent des *résidus irrationnels ou complexes* dont l'inversion définit cependant des fonctions *uniformes* (*possédant des lignes essentielles mobiles à distance finie*).

Pour le problème actuel, les propositions jusqu'ici connues de la théorie des fonctions analytiques de deux variables (inversion, singularités, etc.) ne pouvaient être d'aucune utilité : si l'on pouvait songer à aborder la question c'est uniquement grâce aux méthodes de recherche données par M. Painlevé dans le cas d'une variable, et grâce aux importants résultats obtenus par les géomètres italiens dans la théorie des surfaces algébriques.

4. Résumons maintenant le résultat général de nos recherches :

Pour que l'inversion de (1) définisse un système de fonctions uniformes, la surface F doit appartenir à l'une des catégories suivantes :

I. Surfaces irrégulières : 1° *Surfaces hyperelliptiques de Picard.* 2° *Surfaces elliptiques* (de Painlevé) *de genre* $p_g = 0$. 3° *Réglées elliptiques.*

II. Surfaces régulières : 1° *Surfaces hyperelliptiques* (au sens généralisé de MM. Enriques et Severi), *à l'exclusion des surfaces images d'involutions bidiédriques.* 2° *Surfaces rationnelles.*

Quant aux fonctions uniformes $x(u, v)$, ..., elles se ramènent soit aux fonctions hyperelliptiques (combinées ou non avec des fonctions élémentaires), soit à des combinaisons de leurs dégénérescences.

Enfin, chacune des surfaces précédentes constitue une solution du problème de M. Picard que nous avons rappelé plus haut (exception faite des surfaces elliptiques du type non hyperelliptique).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités des fonctions harmoniques.* Note de M. **Georges Bouligand.**

L'esquisse consacrée précédemment ([1]) aux singularités des fonctions harmoniques porte l'empreinte des caractères de la théorie de Fredholm. Celle-ci ne s'applique plus, M. Émile Picard l'a montré ([2]), aux équations à domaine d'extension infini. Dans la théorie actuelle, on doit donc s'attendre aussi à des cas exceptionnels, mettant en défaut le principe des singularités positives, énoncé sous la forme suivante : *Une fonction est déterminée à un facteur constant près, si elle est harmonique dans un domaine et nulle sur sa frontière, exception faite pour un point déterminé* (du domaine ou de la frontière), *siège d'une singularité positive.* Un exemple d'exception de cette nature s'obtient en considérant les fonctions harmoniques dans la portion de l'espace comprise entre deux plans parallèles et nulles sur ces plans. Choisissons l'unité de longueur et les coordonnées, de manière à représenter ces plans par $x = 0$ et $x = \pi$. Les fonctions U en question sont développables sous la forme $\Sigma u_n(y, z) \sin nx$, où u_n est une solution, analytique dans tout son plan, de $\Delta u = n^2 u$. On peut remarquer que l'on a

$$V(x, r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U\, d\left(\text{arc tang}\,\frac{y}{z}\right) = \Sigma a_n \sin nx\, J_0(nir);$$

dans ce dernier développement, le terme général est emprunté à une suite, orthogonale (dans l'intégration par rapport à x), offrant (par rapport à r) la séparation des croissances. L'inégalité $V > 0$ entraîne la réduction du développement ci-dessus à son terme de rang *un*. Donc $U > 0$ exige $U = \sin x . u_1(y, z)$. Si nous obtenons ainsi un résultat net pour la délimitation des $U > 0$, nous sommes loin de les déterminer à un facteur constant près. On peut, en effet, prendre pour u_1 une intégrale de Stieltjes [intervalle $0, 2\pi$], portant sur l'élément $e^{y\cos\alpha + z\sin\alpha}\, d\varphi(\alpha)$, où φ = fonction croissante. Cet exemple conduit à une équation intégro-différentielle exceptionnelle du type (3) et révèle le caractère fallacieux qu'offriraient sur elle les

([1]) *Comptes rendus*, t. 176, 16 et 30 avril 1923.

([2]) *Comptes rendus*, t. 151, 13 octobre 1910, et *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. 28, 1911.

indications d'un passage sommaire à la limite [1]. En soumettant les données à une transformation de Lord Kelvin, on passe à un problème concernant le domaine compris entre deux sphères tangentes intérieures (la singularité étant localisée au point de contact) et présentant les mêmes caractères exceptionnels.

Après avoir signalé les cas d'application immédiate de la théorie de Fredholm et ceux qui y font exception, il nous reste à indiquer ceux où elle s'applique *asymptotiquement*. Soit une fonction harmonique dans un domaine Ω, douée d'une singularité en un point A de sa frontière Σ, où celle-ci admet, sinon un plan tangent, du moins un cône des tangentes. Considérons la section de Ω par la sphère de rayon ρ et de centre A, qui sur la sphère concentrique de rayon 1 se projette suivant S_ρ. En posant $r = e^\rho$ et $U = e^{-\frac{\rho}{2}} V$, nous serons conduits à déterminer V par une équation intégro-différentielle

$$2\pi V_p(\rho) = \iint_{S_\rho} \frac{\partial^2 V_m}{\partial \rho^2} g_\rho(m, p)\, dS_m$$

où le noyau et le domaine d'extension dépendent de ρ. Cette dépendance est telle que lorsque ρ tend vers $-\infty$, S_ρ tend vers la section droite S du cône des tangentes, et $g_\rho(m, p)$, vers la fonction de Green $g(m, p)$ de S [pour tous les couples m, p strictement intérieurs, à partir d'un certain moment, à tous les S_ρ]. Soient α_n^2 une valeur singulière du noyau $g(m, p)$ et $\psi_p^{(n)}$ la fonction fondamentale la plus générale qui correspond à α_n^2. On peut mettre en évidence un ensemble de singularités, représentables asymptotiquement sous la forme $F(\rho)[\psi_p^{(n)} + \varepsilon]$, la fonction $F(\rho)$ ayant pour nombre caractéristique α_n, et ε étant infiniment petit avec $\frac{1}{\rho}$.

Il y a donc séparation des croissances élémentaires et orthogonalité asymptotique. Sous réserve d'une délimitation des cas auxquels on peut étendre le théorème d'Hilbert-Schmidt, on obtient ainsi la justification des principes énoncés précédemment, et en particulier on peut regarder le théorème des singularités positives comme établi [2]. Dans le cas où A est

---

(1) Le noyau $g(m, p)$ de cette équation est la fonction de Green harmonique de la bande plane section droite de Ω, laquelle s'éteint comme $e^{-|\eta|}$ (η = ord. de m). On est obligé en conséquence d'imposer aux U une croissance moindre que $e^{|y|}$. (On suppose Ω stratifié par des plans perpendiculaires à Ox.)

(2) Ce mode de raisonnement s'applique à l'étude d'une fonction harmonique dans un domaine infini et nulle sur sa frontière, lorsque les branches infinies sont pourvues

un point régulier de Σ l'ensemble des singularités élémentaires comprend la dérivée, suivant la normale en A, de la fonction de Green, et toutes les fonctions indépendantes qu'on en déduit par les dérivations correspondant à tout déplacement de A sur Σ. Il peut arriver aussi que A étant un rebroussement rentrant, les S_ρ tendent vers un domaine limite qui soit la totalité de la sphère. Je me borne à indiquer qu'on peut rattacher à ce point de vue les cas d'impossibilité du problème de Dirichlet indiqués par M. Lebesgue (1).

Ce mode d'application asymptotique de la théorie de Fredholm convient, dans d'autres conditions, à l'étude locale de singularités isolées de solutions uniformes d'équations plus générales que l'équation de Laplace, du type

$$\Delta_2 U + 2\vec{\alpha}.\overrightarrow{\text{grad}}\, U + \beta U = 0,$$

en désignant par U une fonction d'un point d'un continu riemannien, par Δ_2 le paramètre du second ordre, par $\vec{\alpha}$ un champ vectoriel, et par β un champ scalaire définis dans ce continu. Aux coordonnées sphériques, on substituera dans ce cas des coordonnées géodésiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La formule de Poisson et le problème de Dirichlet.* Note de MM. **H.-C. Evans** et **H.-E. Bray**, présentée par M. Hadamard.

Soit $u(r, \theta)$ harmonique dans l'intérieur du cercle $r = 1$, et posons

$$F(r, \theta) = \int_0^\theta u(r, \theta)\, d\theta.$$

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'il existe une fonction $f(\varphi)$, sommable au sens de Lebesgue, satisfaisant à l'équation intégrale de Poisson, sont la condition (a) de notre Note récente (2), et les suivantes :

(I). $u(r, \theta)$ est la différence de deux fonctions $u_1(r, \theta)$, $u_2(r, \theta)$ harmoniques, non négatives dans l'intérieur du cercle;

de cônes directeurs. En imposant à une telle fonction d'être positive dans tout le domaine, on ramène son choix à celui d'une combinaison linéaire et positive de solutions particulières en nombre égal à celui des branches.

(1) *Bulletin de la Société mathématique de France*, 1913.

(2) *Sur l'intégrale de Poisson généralisée* (*Comptes rendus*, t. **176**, 1923, p. 1042).

(II). Il existe une suite dénombrable de valeurs $\{r_n\}$,

$$\lim_{n=\infty} r_n = 1,$$

telle que les fonctions

$$F_i(r, \theta) = \int_0^\theta u_i(r, \theta)\, d\theta \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

soient absolument continues en θ uniformément pour ces valeurs de r.

En effet, nous avons démontré que les conditions (a), (I) sont nécessaires et suffisantes pour qu'on ait la formule généralisée de Poisson [l'équation (1) de la Note citée], formule où la différentielle de la fonction à variation bornée arbitraire $F(\theta)$ prend la place de $f(\theta)\,d\theta$. Or nous pouvons écrire

$$F(\theta) = \alpha(\theta) + \int_0^\theta f(\theta)\, d\theta + \lambda(\theta),$$

où $\alpha(\theta)$ désigne la fonction des sauts, $f(\theta)$ est sommable au sens de Lebesgue, et $\lambda(\theta)$ est continue, à variation bornée, et à dérivée nulle presque partout. Mais de l'équation (1) de la Note citée on déduit par une méthode de M. Fatou [1] que

$$\lim_{r=1} u(r, \theta) = F'(\theta)$$

là où cette quantité existe, c'est-à-dire presque partout. Ainsi l'on a

$$\lim_{r=1} u(r, \theta) = f(\theta) \tag{1}$$

presque partout.

Avec cela, nous nous retrouvons précisément dans le cas d'un théorème de C. de la Vallée Poussin sur la convergence de la limite, pour n infini, de l'intégrale $\int_a^b f_n(x)\, dx$ [2]. Avec les (a), (I), la condition (II) est donc nécessaire et suffisante pour que

$$\lim_{r=1} \int_0^\theta u(r, \theta)\, d\theta = \int_0^\theta f(\theta)\, d\theta,$$

c'est-à-dire [en vertu de l'équation (2') de notre Note citée] pour que

$$F(\theta) = \text{const.} + \int_0^\theta f(\theta)\, d\theta,$$

ce qui nous donne la formule de Poisson.

---

(1) *Acta Mathematica*, vol. 30, 1907, p. 345.
(2) *Transactions of the Mathematical Society*, vol. 16, 1915, p. 447.

On peut remplacer, dans la Note citée, les conditions (a), (b) par les mêmes conditions, pour la suite dénombrable $\{r_n\}$ de valeurs de r. Désignons-les par les lettres (a'), (b'), et considérons de plus la condition :

(c'). La continuité absolue de l'intégrale $\int_0^\theta |u(r, \theta)|\, d\theta$ est uniforme pour $\{r_n\}$.

On démontre facilement que les conditions (a'), (c') aussi sont nécessaires et suffisantes pour la formule ordinaire de Poisson [la (3) de la Note citée].

En effet, de (c'), on déduit (b'), et par conséquent la formule généralisée [formule (1) de la Note citée], avec $\lim_{r=1} u(r, \theta) = f(\theta)$ presque partout. Du théorème de M. de la Vallée Poussin, on déduit que

$$\lim_{r=1} \int_0^\theta |u(r, \theta)|\, d\theta = \int_0^\theta |f(\theta)|\, d\theta.$$

Mais, en général, supposant les conditions (a'), (b'), on peut vérifier le résultat

$$\lim_{r=1} \int_0^\theta |u(r, \theta)\, d\theta = \int_0^\theta |dF(\theta)|,$$

et, dans notre cas,

$$\int_0^\theta |dF(\theta)| = \int_0^\theta |f(\theta)|\, d\theta,$$

d'où résulte encore

$$F(\theta) = \int_0^\theta f(\theta) + \text{const.}$$

La nécessité de (c') est la conséquence immédiate du fait que

$$|u(r, \theta)| \quad u_1(r, \theta) + u_2(r, \theta).$$

Cette seule condition, *que* $\frac{\partial u}{\partial r}$ *soit sommable sur l'intérieur du cercle*, est suffisante pour la formule ordinaire de Poisson, parce que cette condition implique (a), (c') [1]. En effet la continuité absolue en θ de $F(r, \theta)$ est uniforme pour tout r.

Une autre forme de condition, nécessaire et suffisante pour ladite for-

---

[1] G.-C. Evans, *Rice Institute Pamphlets*, VII, 4, p. 312 et suiv. On y trouve d'ailleurs une autre démonstration du fait que sous cette condition les valeurs

mule, est constituée par (c') et par la condition *que* $\lim_{r=1} u(r, \theta)$ *existe pour pour presque tous les* θ. Un cas particulier de cette dernière condition est celui de M. Fatou, où $\lim_{r=1} u(r, \theta)$ existe pour presque tous les θ, et où $u(r, \theta)$ reste bornée; parce que, en ce cas, on a

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} |u(r, \theta)| \, d\theta \leqq \mathrm{M} |\theta_2 - \theta_1|.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la résolution de certaines équations de Fredholm au moyen d'une série entière.* Note [1] de M. **J. Haag**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit un cercle C, de rayon R, ayant pour centre l'origine et un arc de courbe AB, de longueur l, tout entier intérieur à ce cercle. Considérons une fonction $\mathrm{K}(x, y)$ des deux variables complexes x et y, que nous supposerons holomorphe par rapport à x dans C et uniformément bornée sur son contour, quelle que soit la position du point y sur AB. Soit enfin $f(x)$ une fonction également holomorphe dans C. Je dis que l'équation intégrale

$$\varphi(x) + \int_{(\mathrm{AB})} \mathrm{K}(x, y)\varphi(y)\, dy = f(x) \tag{1}$$

admet une solution holomorphe dans C et une seule.

En effet, on a, à l'intérieur de C,

$$\mathrm{K}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(y) x^n, \tag{2}$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n. \tag{3}$$

---

limites de $u(r, \theta)$ sont les $f(\theta)$ presque partout. Dans le cas considéré, on a

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} |u(r, \theta)| \, d\theta \leqq \int_{\theta_1}^{\theta_2} |u(r_1, \theta)| \, d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} |u(r, \theta) - u(r_1, \theta)| \, d\theta$$

$$\leqq \mathrm{M}_1 |\theta_2 - \theta_1| + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r} \frac{1}{r} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| r \, dr \, d\theta.$$

[1] Séance du 7 mai 1923.

Soit, d'autre part,

(4) $$\varphi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Portons (2), (3), (4) dans (1) et égalons les coefficients de x^p dans les deux membres :

(5) $$a_p + \sum_{n=0}^{\infty} b_{pn} a_n = c_p \qquad (p = 0, 1, 2, \ldots),$$

en posant

(6) $$b_{pn} = \int_{(AB)} u_p(y) y^n \, dy.$$

2. Pour résoudre le système (5), multiplions la $p^{\text{ième}}$ équation par k^p, k étant un nombre positif inférieur à R et supérieur à la distance maximum ρ de O à l'arc AB. Posons, en outre,

(7) $$a_n k^n = x_n, \qquad b_{pn} k^{p-n} = a_{pn}, \qquad c_p k^p = \gamma_p.$$

Notre système devient

(8) $$x_p + \sum_{n=0}^{\infty} a_{pn} x_n = \gamma_p.$$

Le déterminant Δ de ce système est normal. En effet, nous allons montrer que la série double de terme général a_{pn} est absolument convergente. La série (2) est convergente pour $x = R$, et bornée quel que soit y sur AB. Donc, on a

$$|u_n(y)| < \frac{M}{R^n},$$

M étant un nombre fixe. D'où l'on déduit

$$|a_{pn}| < k^{p-n} \frac{M}{R^p} \rho^n l = M l \left(\frac{k}{R}\right)^p \left(\frac{\rho}{k}\right)^n.$$

Comme $\frac{k}{R}$ et $\frac{\rho}{k}$ sont < 1, la propriété est démontrée.

D'autre part, les γ_p sont bornés, puisque la série $c_p k^p$ est convergente. Donc, si $\Delta \neq 0$, le système (8) admet une solution unique, pour laquelle tous les x_p sont bornés [1].

---

[1] Cf. Riesz, *Les systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues*; Gauthier-Villars, 1913, p. 29.

Les valeurs des a_n qu'on en déduit rendent la série (4) convergente pour $x < k$. Comme k peut être pris aussi voisin qu'on le veut de R, on en déduit que $\varphi(x)$ est holomorphe dans C et que tous les développements précédents sont légitimes.

3. Si l'on introduit le facteur λ devant l'intégrale de (1), tous les a_{pn} sont multipliés par λ. Le déterminant Δ ne cesse pas d'être normal, quel que soit λ et, par conséquent, devient une fonction entière $\Delta(\lambda)$ de ce paramètre (¹). Il est facile de vérifier son identité avec le classique déterminant de Fredholm (²).

Chacune des inconnues x_n est une fraction de dénominateur $\Delta(\lambda)$ et dont le numérateur est une fonction entière de λ. On en conclut aisément que la série (4) est une fraction analogue et que, par suite, $\varphi(x)$ est une fonction méromorphe de λ dans tout le plan.

4. Si λ est une racine de $\Delta(\lambda)$, nos conclusions ne s'appliquent plus. Si $f(x) = 0$, on démontre aisément qu'il y a une infinité de solutions dépendant linéairement de certaines fonctions fondamentales, dont le nombre est au plus égal à l'ordre de multiplicité de la racine λ. Si $f(x)$ n'est pas nul, on peut écrire les conditions de possibilité du problème. Mais, elles ne se présentent pas, du moins immédiatement, sous la forme classique, qui nécessite l'introduction de l'équation associée.

Enfin, si l'on considère l'équation de première espèce obtenue en supprimant $\varphi(x)$ au premier membre de (1), le déterminant du système (8) n'est plus un déterminant normal et il faudrait envisager une autre méthode de résolution.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Origine électromagnétique de la masse inerte et de la masse pesante.* Note (³) de M. **Max Morand**, présentée par M. Émile Borel.

Dans une Note précédente, nous avons établi le système d'équations différentielles

$$\mathfrak{z}_i = g^{\nu\sigma}[\varphi_{i\nu\sigma} + \varphi_{\nu\sigma i} - \varphi_{\sigma i\nu}], \tag{1}$$

(¹) Cf. Riesz, *loc. cit.*, p. 39 et 40.

(²) Marty a fait une vérification analogue, portant sur des coefficients de Fourier (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 1909).

(³) Séance du 7 mai 1923.

qui déterminent le potentiel vecteur quand on connaît la distribution du vecteur courant $\mathfrak{z}_i$ dans un univers tétradimensionnel quelconque.

Étant donné un système de coordonnées x_i et un point $P(x_i^0)$ de ce système, la considération du système de coordonnées $\overline{x_i}$ géodésique en P permet de ramener les équations (1) à une forme quasi euclidienne beaucoup plus simple. Supposons, pour simplifier le problème, que le ds^2 soit de la forme

$$ds^2 = g_{11}\,dx_1^2 + g_{22}\,dx_2^2 + g_{33}\,dx_3^2 - g_{44}\,dx_4^2,$$

et admettons que le système x_i soit le siège d'un champ de gravitation statique et permanent. Le système de coordonnées géodésique est défini par la transformation

$$(2) \qquad x_i - x_i^0 = \overline{x_i} - \frac{1}{2}\Gamma_{rs}^i(x_i^0)\,\overline{x_r}\,\overline{x_s},$$

où $\Gamma_{rs}^i(x_i^0)$ représente la valeur en P du symbole de Christoffel $\left\{ {rs \atop i} \right\}$. On démontre facilement que les symboles de Christoffel s'annulent dans le système géodésique, et les équations (6) s'y réduisent à

$$(3) \qquad \overline{\mathfrak{z}_i} = \overline{g}^{\nu\sigma}\frac{\partial^2\overline{\varphi_i}}{\partial\overline{x_\nu}\,\partial\overline{x_\sigma}} + \lambda_i^\alpha\,\overline{\varphi_\alpha},$$

où λ_i^α représentent des constantes dépendant des valeurs des Γ_{rs}^i et de leurs dérivées au point P. S'il se trouve au voisinage du point P une particule électrisée créant une singularité dans le champ électromagnétique, la partie principale de la solution de ces équations est de la forme

$$(4) \qquad \overline{\varphi_i} = \int \frac{\overline{\mathfrak{z}_i}\,dV}{r}\left[x_4 - \frac{r}{c}\right], \qquad dV = d\overline{x_1}\,d\overline{x_2}\,d\overline{x_3},$$

chaque élément de l'intégrale étant pris en $x_4 - \frac{r}{c}$, où $c = \sqrt{g_{44}}$ est la vitesse de la lumière et où $r^2 = \overline{g}_{ik}\,d\overline{x}_i\,d\overline{x}_k$ $(i, k = 1, 2, 3)$.

Deux cas sont à considérer :

Premier cas : La particule électrisée située en P n'est soumise à aucune autre force que l'action du champ de gravitation sur sa masse inerte. Alors, elle se met en mouvement et décrit une géodésique d'univers. Elle devient immobile par rapport au système géodésique, et l'on a

$$(5) \qquad \overline{\mathfrak{z}_1} = \overline{\mathfrak{z}_2} = \overline{\mathfrak{z}_3} = 0, \qquad \overline{\mathfrak{z}_4} = g_{44}\,\overline{\rho}.$$

Il en résulte pour les composantes du potentiel vecteur les valeurs

(6) $$\overline{\varphi_1}=\overline{\varphi_2}=\overline{\varphi_3}=0,\qquad \overline{\varphi_4}=\int\frac{g_{44}\overline{\rho}\,dV}{r},\qquad \text{avec}\quad dV=d\overline{x_1}\,d\overline{x_2}\,d\overline{x_3}.$$

La particule en chute libre dans un champ de gravitation n'est entourée que de son champ électrostatique, elle ne rayonne pas.

Deuxième cas : La particule est maintenue immobile en P au moyen d'une force auxiliaire quelconque. Alors elle est mobile par rapport au système géodésique et l'on a, en supposant que le mouvement se fait suivant la direction spatiale $\overline{x_2}=\overline{x_3}=0$,

(7) $$\overline{\mathfrak{J}_1}=-g_{44}\Gamma^4_{14}\,\rho\,x_4,\qquad \overline{\mathfrak{J}_2}=\overline{\mathfrak{J}_3}=0,\qquad \overline{\mathfrak{J}_4}=g_{44}\rho.$$

Il en résulte pour le potentiel vecteur

(8) $$\overline{\varphi_1}=-\int\frac{g_{44}\rho\Gamma^4_{14}x_4\,dV}{r}\left[x_4-\frac{r}{c}\right],\qquad \overline{\varphi_2}=\overline{\varphi_3}=0,\qquad \overline{\varphi_4}=\int\frac{g_{44}\rho\,dV}{r}\left[x_4-\frac{r}{c}\right].$$

En remarquant que $-\frac{g^{11}}{g^{44}}\Gamma^4_{14}\,x_4$ représente la vitesse de la particule au temps x_4, par rapport au système géodésique, la sommation des intégrales (8) se ramène au cas classique.

En revenant au système primitif x_i au moyen des formules tensorielles, on trouve en P

$$\varphi_i=\overline{\varphi_i},\qquad F_{\mu\nu}=\overline{F}_{\mu\nu}.$$

La particule immobile en P est entourée de deux champs : l'un électrostatique variant comme r^{-2}, l'autre électromagnétique variant comme r^{-1} et composé d'un champ électrique et d'un champ magnétique représentant le champ de rayonnement. Le champ électrique a sur la particule une action résultante non nulle, dirigée suivant le sens et dans la direction des forces de gravitation. Cette résultante n'est pas autre chose que le poids de la particule. Ainsi s'explique l'existence de la masse pesante de l'électricité.

Au lieu d'un champ de gravitation permanent, s'il régnait en P un champ de gravitation géométrique, les mêmes champs électromagnétiques existeraient autour de la particule, et la résultante de la réaction du rayonnement serait la force d'inertie. Ainsi se retrouve par une explication physique l'existence et l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante, ce dont Einstein avait rendu compte grâce à la géométrisation des forces de gravitation.

On pouvait d'ailleurs prévoir ces résultats sous la forme d'une équivalence

électromagnétique d'un champ de gravitation géométrique et d'un champ de gravitation permanent. En effet, les termes de rayonnement calculés par la théorie classique dépendent seulement de l'accélération de la particule, c'est-à-dire des composantes du champ de gravitation géométrique dans lequel elle se trouve. Comme un champ de gravitation permanent ne diffère, à composantes égales, d'un champ de gravitation géométrique que par les dérivées des g d'ordre supérieur au premier, tous les champs de gravitation doivent donner lieu localement au même rayonnement.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Champ gravifique dû à une sphère massique, en tenant compte de la constante cosmique.* Note de M. **Maurice Nuyens**, présentée par M. Brillouin.

M. Chazy a établi dans ces *Comptes rendus* [1] le $(\delta s)^2$ définissant le champ gravifique à l'*extérieur* d'une sphère massique plongée dans un espace fermé. Je me propose de résoudre ici le problème *intérieur* dans le cas du fluide à pression interne p, et de montrer que le problème considéré est un problème bien posé.

A la base de la Gravifique einsteinienne, M. De Donder [2] place le principe d'Hamilton généralisé de la manière suivante :

$$(1) \qquad \delta \int_{\Omega} (a + bC + \Lambda) \sqrt{-g}\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 = 0;$$

a est la constante cosmique; b est une autre constante universelle; C est l'invariant de courbure de l'espace-temps et Λ est la fonction caractéristique du champ massique. On obtient ainsi les équations différentielles du champ gravifique, dans le cas des pressions internes p :

$$(2) \qquad \begin{cases} -acf_1 + 2bcG_{11} = \dfrac{1}{2} f_1(\mu_0 - pc), \\ -acf_2 + 2bcG_{22} = \dfrac{1}{2} f_2(\mu_0 - pc), \\ +acf_4 + 2bcG_{44} = \dfrac{1}{2} f_4(\mu_0 + 3pc). \end{cases}$$

---

(1) *Sur les vérifications astronomiques de la théorie de la relativité* (*Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 1157).

Ce problème extérieur a été résolu d'une manière indépendante, par MM. Weyl et Eddington.

(2) *Bull. Acad. roy. de Belgique*, Classe des Sciences, mars 1919.

Dans le problème de la sphère immobile, on posera

$$(3)\quad g_{11}=-f_1;\quad g_{22}=-\frac{f_2}{1-x_2^2};\quad g_{33}=-f_2(1-x_2^2);\quad g_{44}=f_4 \quad \text{et} \quad f_1 f_2^2 f_4=c^2.$$

Les fonctions f_1, f_2, f_4 dépendent uniquement de la variable x_1 de Schwarzschild.

Le théorème du tenseur asymétrique, ou de l'impulsion et de l'énergie, donne ici

$$(4)\qquad (\mu_0+pc)\sqrt{f_4}=\gamma \qquad (\gamma = \text{constante d'intégration}).$$

Problème extérieur. — Faisons $\mu_0 = p = 0$ dans les équations (2); on obtient alors, par intégration,

$$(5)\qquad (\delta s)^2 = -\frac{(\delta R)^2}{\frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{\alpha}{R}+\frac{a}{6b}R^2\right)} - R^2[(\delta\theta)^2+\sin^2\theta(\delta\varphi)^2] + \frac{c^2}{\lambda}\left(1-\frac{\alpha}{R}+\frac{a}{6b}R^2\right)(\delta t)^2,$$

où R est défini par

$$(6)\qquad \lambda(3x_1+\beta)=R^3,$$

et où α, λ, β sont trois constantes d'intégration.

Problème intérieur. — Introduisons une nouvelle variable r' en posant ([1])

$$(7)\qquad f_2=r'^2 \qquad \text{et} \qquad f_4=\frac{c^2\psi}{r'};$$

ψ est une fonction de r' encore inconnue.

On déduit ainsi successivement des équations (2)

$$(8)\qquad \psi\left(3r'^2\frac{dr'}{dx_1}\right)^2=[9r'-3\varkappa(\mu_0+ac)r'^3+\delta] \qquad (\delta = \text{const. d'intégr.})$$

et

$$(9)\qquad \frac{2}{\left(r'^2\frac{dr'}{dx_1}\right)} - \frac{2}{\left(r'^2\frac{dr'}{dx_1}\right)_s} = -\varkappa\gamma c^{-1}\int_{r'}^{a'}\frac{r'^{\frac{5}{2}}\,dr'}{\left[r'-\frac{\varkappa}{3}(\mu_0+ac)r'^3+\delta\right]^{\frac{3}{2}}};$$

on a posé $\varkappa = -\frac{1}{2bc}$ et $r'=a'$ à la surface de la sphère.

Conditions de continuité à la surface. — En exprimant que les fonctions

(1) MAURICE NUYENS, *Sur un changement de variables de M. de Donder* (*Bull. Acad. roy. de Belgique*, Classe des Sciences, 1922).

f_1, f_2, f_4 et leurs dérivées premières doivent varier d'une manière continue de l'intérieur à l'extérieur de la sphère, on trouve

$$\beta = \frac{1}{\lambda} a'^3 - 3(x_1)_s, \qquad \alpha = a' + \frac{a}{6b} a'^3 - \lambda \psi_s, \tag{10}$$

ainsi que

$$\left(\frac{dr'}{dx_1}\right)_s = \frac{\lambda}{a'^2}, \qquad \left(\frac{d\psi}{dr'}\right)_s = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{a}{2b} a'^2\right). \tag{11}$$

L'indice s indique qu'on se trouve sur la surface de la sphère.

Introduisons (11) dans (8), et cherchons γ, (4), à la surface; on obtient deux nouvelles conditions :

$$\psi_s = \frac{1}{\lambda^2}\left[a' - \frac{\varkappa}{3}(\mu_0 + ac) a'^3 + \delta\right] \quad \text{et} \quad \gamma_s = c\mu_0 \sqrt{\frac{\psi_s}{a'}}. \tag{12}$$

Conditions à l'origine. — Des relations (7), (9) et (11), on déduira f_4. Si l'on admet que $r' = 0$ à l'origine des coordonnées, on conclura de l'expression trouvée pour f_4, que $\delta = 0$. Grâce à cette dernière condition, la constante β est également déterminée; cela résulte de l'intégration de (9) et de la condition (11). On trouvera immédiatement, grâce à (10), que

$$\alpha = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)\left(1 - \frac{\varkappa ac}{3} a'^2\right) a' + \frac{\varkappa\mu_0}{3\lambda} a'^3. \tag{13}$$

En utilisant la valeur de β et en tenant compte de $\delta = 0$, on trouve une expression de f_4 ne renfermant plus que la constante λ. Celle-ci étant indépendante de la sphère considérée, prenons une sphère massique évanouissante; à l'origine, le champ doit tendre alors vers le champ de Minkowski. La constante λ est ainsi déterminée et vaut 1.

Généralisation du changement de variables de M. De Donder. — En intégrant (9), et en tenant compte de la valeur de β, on obtient

$$x_1 = \frac{r'^3}{3}\left(1 - \frac{\varkappa\mu_0}{2k}\right) + \frac{1}{4}\frac{\varkappa\mu_0}{k^{\frac{5}{2}}}\sqrt{1 - ka'^2}\,\arcsin k^{\frac{1}{2}} r' - \frac{1}{4}\frac{\varkappa\mu_0}{k^2} r'\sqrt{1 - ka'^2}\sqrt{1 - kr'^2}; \tag{14}$$

on a posé

$$k = \frac{\varkappa}{3}(\mu_0 + ac).$$

Ce changement de variables permet de passer de la variable x_1 à la variable r'.

Champ gravifique à l'intérieur de la sphère. — Ce champ sera donné par

$$(\delta s)^2 \equiv - \frac{(\delta r')^2}{1 - \frac{\varkappa}{3}(\mu_0 + ac) r'^2} - r'^2[(\delta\theta)^2 + \sin^2\theta(\delta\varphi)^2] + f_4(\delta t)^2, \tag{15}$$

où

$$f_4 = c^2\left[\frac{\varkappa\mu_0}{2k}\sqrt{1-\frac{\varkappa}{3}(\mu_0+ac)a'^2}+\left(1-\frac{\varkappa\mu_0}{2k}\right)\sqrt{1-\frac{\varkappa}{3}(\mu_0+ac)r'^2}\right]^2.$$

On retrouve, comme cas particulier de ce problème bien posé, le champ extérieur de de Sitter ([1]), quand on suppose $\alpha = 0$.

SPECTROSCOPIE. — *Les spectres d'absorption ultraviolets des alcaloïdes du groupe de l'isoquinoléine. La narcéine.* Note de M. **Pierre Steiner**, présentée par M. G. Urbain.

La narcéine que l'on a coutume de ranger parmi les alcaloïdes du groupe de l'isoquinoléine occupe dans ce groupe une place à part. Elle ne contient plus le noyau isoquinoléinique dont l'anneau pyridinique a été ouvert, comme le montre la formule chimique établie par Freud (1893). On range cependant la narcéine dans le groupe des alcaloïdes dérivés de l'isoquinoléine parce que d'une part on peut l'obtenir à partir de la narcotine par chauffage avec des alcalis, et que d'autre part on peut la décomposer de façon à obtenir de l'hydrocotarnine qui est aussi un produit de décomposition de la narcotine.

```
            CH   CH²
      O — C//\C/\CH²
CH²<        |  ||  |     CH³
      O — C\  C\  Az<
            \\/  \/     CH³
            C    CH²
            |    |
   CH³ — O       |
              O=C
                 |
                 C
   HOOC — C//\CH
           |   ||
 CH³ — O — C\  CH
             \\/
   CH³ — O — C
        Narcéine.
```

```
            CH   CH²
      O — C//\C/\CH²
CH²<        |  ||  |
      O — C\  C\  Az—CH³
            \\/  \/
            C    CH
            |    |
     CH³—O       |
                 |
         O —— CH
         |     |
         |     C
   O = C — C//\CH
           |   ||
 CH³ = O — C\  CH
             \\/
   CH³ — O — C
        Narcotine.
```

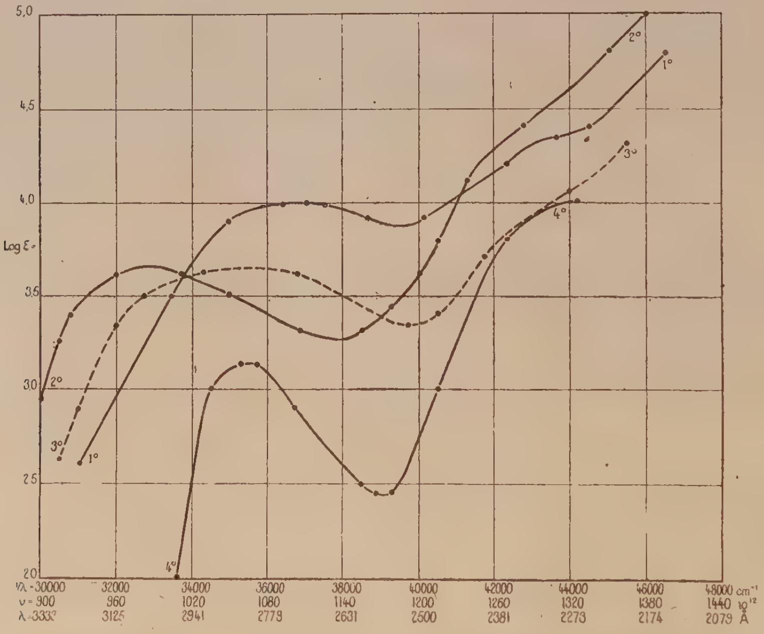
```
            CH   CH²
      O — C//\C/\CH²
CH²<        |  ||  |
      O — C\  C\  Az—CH³
            \\/  \/
            C    CH²
            |
            O
            |
            CH³
      Hydrocotarnine.

         O = C — H
             |
             C
   HOOC — C//\CH
           |   ||
 CH³ — O — C\  CH
             \\/
   CH³ — O — C
      Acide opianique.
```

([1]) W. de Sitter, *Monthly Notices R. A. S.*, t. 76, p. 699; t. 77, p. 155; t. 78, p. 3 (1916-1917).

Le spectre d'absorption ultraviolet de la narcéine a déjà été l'objet de recherches de la part de Hartley en 1885 et de Dobbie et Lauder en 1903. Ces auteurs étudiant le spectre qualitativement dans un spectre d'émission à lignes ne purent pas observer de bande d'absorption. Dobbie et Lauder établirent une courbe d'absorption ascendante vers les petites longueurs d'onde et présentant un aplatissement à partir de $\lambda = 3010$ Å environ.

Nous avons repris l'étude de l'absorption ultraviolette de la narcéine en solution alcoolique en appliquant la mesure quantitative de l'absorption d'après V. Henri et en nous servant du spectre ultraviolet continu obtenu par la méthode de V. Henri.



1° Narcéine. — 2° Narcotine. — 3° Acide opianique. — 4° Hydrocotarnine.

Nous avons ainsi pu établir que l'aplatissement de la courbe dessinée par Dobbie et Lauder correspondait à une bande d'absorption large dont nous avons pu calculer le maximum et le minimum dont les coefficients d'absorption sont assez rapprochés.

Le maximum de la bande a la longueur d'onde $\lambda = 2707$ Å environ et un coefficient d'absorption ε de 9800 environ.

Les valeurs correspondantes du minimum sont : $\lambda = 2539$ Å et $\varepsilon = 8000$.

La molécule de narcéine est composée d'une part par un noyau benzénique avec une chaîne latérale saturée azotée, d'autre part par un dérivé

benzénique qui n'est autre chose que l'acide opianique; par décomposition hydrolytique de la narcotine, on obtient l'acide opianique à côté de l'hydrocotarnine, tandis que, par décomposition de la narcéine, on obtient un composé voisin de l'acide opianique : l'acide hémipinique.

La figure ci-contre représente les courbes d'absorption : 1° de la narcéine, en solution alcoolique; et par comparaison : 2° celle de la narcotine en solution alcoolique; 3° de l'acide opianique en solution dans l'éther-alcool; 4° de l'hydrocotarnine en solution hexanique. Ces trois dernières courbes ont été décrites par nous récemment [1]. En abscisses sont portées les fréquences et en ordonnées les logarithmes des coefficients d'absorption ε définis par $\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_0^{-\varepsilon c d}$.

La courbe de la narcéine rappelle par son aspect général celle de la narcotine et de l'acide opianique, la bande de la narcéine étant déplacée vers les petites longueurs d'onde d'environ 330 Å par rapport à la narcotine et d'environ 100 Å par rapport à l'acide opianique; son coefficient d'absorption est environ double de celui des bandes des deux autres composés. Pas plus que celui de la narcotine, on ne peut rapprocher le spectre de la narcéine de celui de l'hydrocotarnine. D'après les mesures précédentes, on peut doser spectrographiquement $0^{mg},05$ de narcéine dans 2^{cm^3} de solvant.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Recherches spectrographiques de haute fréquence dans le groupe des terres rares.* Note de M. A. **Dauvillier**, présentée par M. G. Urbain.

Dans deux Notes [2] antérieures, nous avons étudié en détail les séries L du lutécium et de l'ytterbium, éléments situés à la fin du groupe des terres rares et du baryum qui les précède. Nous avons pu, depuis, examiner celles du cérium, du néodyme, du samarium, de l'europium et du gadolinium [3] grâce aux préparations obligeamment mises à notre disposition par M. G. Urbain.

Les résultats de nos mesures sont réunis dans le Tableau suivant. Elles

---

(1) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 244.

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1347 et 1543.

(3) Ces éléments ont déjà été étudiés par Hjalmar et Coster (*Phil. Mag.*, t. 44, 1922, p. 546), mais ces mesures ne répondent déjà plus aux exigences théoriques actuelles. En fait, nous avons trouvé près d'une dizaine de nouvelles lignes dans cette région.

ont été faites en nous référant aux lignes K du cuivre et du fer données par Siegbahn et sont exactes à quelques dixièmes d'unité X près ($1 X = 10^{-11}$ cm). Nous reproduisons quelques lignes du baryum pour lesquelles la nomenclature devait être modifiée. Les fréquences des limites d'absorption L_3, rapportées à celle de Rydberg, ont été obtenues à partir des lignes d'absorption L_1 et L_2 au moyen des combinaisons fournies par les raies $\beta_8 \beta_9$ et γ_{11}.

Longueurs d'ondes, en unités X, *des raies* L *des éléments* Ba-Gd.

Combinaison.	Raie.	Intensité.	56 Ba.	58 Ce.	60 Nd.	62 Sa.	63 Eu.	64 Gd.
$\frac{\nu}{R}$ lim. L_3	»	»	441,3	483,0	525,5	570,0	594,5	617,25
$O_{4,5}L_3$	γ_4	assez Forte	»	1894,8	»	1603,2	1541,0	1481,5
$N_{6,7}L_3$	γ_9	très faible	»	1922,5	»	1626,1	1561,9	»
N_8L_3	γ_3	F.	»	1951,5	»	1651,7	1587,5	1526,9
N'_8L_3	γ'_3	variable	»	1956,1	»	1656,0	1591,9	»
N_9L_3	γ_7	moy.	»	1963,4	»	1660,4	1595,3	1533,6
N'_9L_3	γ'_7	tr. f.	»	»	»	1664,4	1598,6	1538,3
Ligne d'absorption	L_2	moy.	»	»	1839,2	1690,5	»	1558,1
O_3L_2	γ_2	f.	2201,6	2009,1	1842,6	1692,6	1624,1	1561,5
N_3L_2	γ_6	f.	2211,2	2019,6	1851,4	1701,9	1633,4	1569,5
N_4L_2	γ_{10}	f.	2218,6	2028,8	1860,0	1711,3	1642,2	1578,9
N_7L_2	γ_1	tr. F.	»	2045,5	1874,0	1722,7	1653,5	1588,6
N'_7L_2	γ'_1	variable	absente	2051,1	1879,3	1728,7	1658,9	1594,6
$N_{10}L_2$	γ_5	ass. F.	»	2106,0	»	1776,3	1704,6	1637,5
»	β_{10}	f.	2351,1	2153,1	»	1834,0	1764,7	1703,3
Ligne d'absorption	L_1	ass. F.	»	2159,5	1891,2	1841,0	»	1706,0
O_2L_1	β_5	moy.	2359,5	2164,0	(β_1 Sa)	1843,7	1773,4	1709,3
N_3L_1	β'_7	moy.	2371,7	2177,0	2006,6	1853,6	1781,7	1720,0
M_2L_3	β_8	moy.	2375,5	2184,4	2013,8	1858,9	1786,0	1720,0
M_3L_3	β_9	»	2381,3	(α_1 Sa)	»	1866,2	1794,0	1729,3
N_4L_1	β''_2	»	2381,3	β_8	β_8	1866,2	1794,0	β_9
N_6L_1	β_2	tr. F.	»	2204,0	2032,2	1878,8	1807,2	1742,0
N'_7L_1	β_{14}	variable	absente	2212,4	2039,5	1886,0	1813,9	1748,7
$N_{10}L_1$	β_6	ass. F.	»	2277,2	2099,7	1943,0	1868,9	1802,0
M_4L_3	β_3	F.	»	2306,1	2122,4	1958,8	1881,5	1811,3
M_5L_3	β_4	F.	»	2345,2	2162,2	1994,8	»	1850,1
M_2L_2	β_{13}	ass. F.	β_4	(β_4)	2154,8	1987,6	1908,1	1835,1
M_3L_2	β_1	tr. F.	»	2352,3	2162,2	1994,8	1915,4	1842,5
Ligne d'ionisation	α_4	moy.	2732,7	»	»	»	»	»
M_1L_1	α_3	ass. F.	»	»	»	2184,6	»	»
M_2L_1	α_1	tr. F.	»	»	»	2195,0	»	»
M_3L_1	α_2	F.	»	»	»	2205,4	»	»
M_6L_2	γ_{11}	moy.	»	»	»	2214,5	»	»

Les lignes d'absorption L_1 et L_2, découvertes pour le baryum, ont été suivies jusqu'au gadolinium. Elles cessent d'exister avant l'ytterbium et au-dessous du cæsium. Nous pensons qu'elles correspondent au *renversement* des lignes β'_5 et γ'_2 (P_3L_1 et P_3L_2) par suite de l'ionisation P_3 (expulsion des électrons de valence) entretenue par le faisceau cathodique dans le cas des éléments très électropositifs. Elles ne devraient pas apparaître par fluorescence et ne doivent se retrouver ensuite que pour le radium et ses voisins. Les véritables limites d'absorption L_1 et L_2 seraient donc de plus haute fréquence. En fait, un cliché exceptionnellement bon de samarium a montré une seconde ligne blanche très faible $L'_1 = 1837,7$ qui correspondrait au passage de l'électron L_1 sur les orbites optiques Q. L'énergie du niveau $O_{2,3}$ serait alors de 20 volts.

Nous retrouvons, pour les éléments du groupe des terres rares, la plupart des lignes déjà observées pour le baryum, en particulier, les trois doublets de Sommerfeld : $\gamma_2\beta_5$, $\gamma_6\beta'_7$ et $\gamma_{10}\beta''_2$. Le doublet $\gamma_{11}\beta_7$ n'est plus discernable de $\gamma_6\beta'_7$ au-dessous de l'or [1]. Les raies β_{10}, qui semblent être la suite des lignes β_{11} et β_{12} de Coster pour les éléments voisins de l'argent, ne répondent à aucune combinaison et sont probablement des lignes L_2.

La ligne γ'_7, trouvée pour Ba, disparaît pour Gd. Les raies γ'_1 et β_{14} [2], déjà signalées par Coster, forment un doublet de Sommerfeld, de même que β_{13} et α_1. La disparition de β_{13} pour le tantale est un phénomène inattendu.

Ces mesures montrent que la couche d'électrons N est tétraquantique, avec dix niveaux normaux, bien avant l'apparition des terres rares et le devient sans doute pour l'élément tétravalent précédent, à savoir l'étain. C'est pour cet élément, que les raies β_5 et γ_2 doivent apparaitre pour la première fois. L'existence des niveaux provisoires N'_8 et N'_9, avant les terres rares, et N'_7, à leur début, constitue un phénomène encore inexplicable. Peut-être s'agit-il, pour les deux premiers, d'une *transposition* des niveaux N_1 et N_2? Cette hypothèse expliquerait le fait que la ligne $M\alpha$ n'a pas été observée au-dessous du dysprosium.

---

(1) Nous avons pu, pour cet élément, vérifier l'existence des deux doublets $\gamma_6\beta'_7$ et $\gamma_{11}\beta_7$, et avons trouvé : $\gamma_{11} = 906,1$; $\gamma_6 = 908,4$; $\gamma_{10} = 917,5$.

(2) Ces lignes semblent débuter au cérium. Elles sont alors faibles et deviennent progressivement fortes à mesure que le nombre atomique augmente, comme si les électrons additionnels se plaçaient, dans le groupe cérique, sur le niveau N'_7. Les lignes β_8 et β_9 sont plus courtes que L_1 au-dessus du tantale et au-dessous de l'iode, par suite des changements de pente différents subis par les niveaux L_3L_1 et M_2M_3, en particulier pour le xénon.

RADIOLOGIE. — *Sur la stéréoradioscopie.*
Note de M. **M.-S. Lambert**, présentée par M. Villard.

La stéréoradioscopie offre l'avantage de corriger aisément les déformations des ombres projetées sur l'écran, et d'obtenir sur les organes en mouvement, comme le cœur ou les poumons, des notions fort difficiles à fournir par la radiographie.

Cependant, malgré les nombreuses recherches qu'elle a suscitées, il n'existe pas encore d'appareillage permettant sa diffusion dans la pratique radiologique courante.

La plupart des solutions proposées utilisent la méthode à éclipses, mais la synchronisation entre le fonctionnement alternatif des deux foyers d'émission de rayons X et les obturateurs oculaires s'obtient malaisément.

Au cours de vérifications expérimentales des meilleures conditions géométriques, physiologiques et psychologiques d'obtention d'une sensation de relief correcte, identique à celle donnée par l'objet réel, j'ai été amené à utiliser simultanément deux disques stroboscopiques, l'un opaque aux rayons X pour les sources, l'autre opaque à la lumière pour les yeux.

Il y a avantage à substituer à leur liaison mécanique leur entraînement par deux moteurs synchrones, présentant un dispositif de réglage dans le tour qui permet à volonté, suivant le procédé utilisé, l'occlusion périodique de l'un des yeux, simultanément à l'une ou l'autre des deux sources.

Lorsque, au lieu d'observer directement l'écran fluorescent à travers le disque stroboscopique oculaire, on interpose un miroir incliné à 45°, on supprime les inconvénients et les erreurs possibles provenant de l'obtention d'un relief symétrique de celui de l'objet examiné.

La méthode précédente permet l'observation aisée du relief thoracique. Elle peut s'appliquer au dispositif utilisant la bobine d'induction, à la condition de supprimer les battements optiques par la synchronisation rigoureuse des interruptions électriques et des occultations des disques stroboscopiques. Elle est applicable immédiatement aux appareillages à « contact tournant » redressant le courant alternatif à haute tension d'un transformateur.

Mais sa réalisation la plus simple, qui est le montage en opposition de deux tubes Coolidge à radiateur, utilisant les deux alternances, conduit à la suppression du disque stroboscopique radioopaque, et ramène à la méthode imaginée, dès 1901, par M. Villard, puis reprise plus récemment par

Caldwell. L'auteur américain avait éprouvé, pour la synchronisation correcte des occultations oculaires, des difficultés que nous avons surmontées par l'emploi du dispositif ci-dessus sommairement décrit.

Il est à remarquer qu'outre la facilité d'égalisation des ombres projetées par les deux sources et la possibilité de montage direct sur alternatif, le tube Coolidge à radiateur offre, dans tous les cas, l'avantage précieux de produire, en raison de ses petites dimensions, le minimum de déformation du relief.

PHYSIQUE. — *Sur une apparence de réflexion des rayons X à la surface des corps.* Note de M. **F. Wolfers**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons découvert ces phénomènes en faisant, dans un but différent, l'expérience suivante : Un film sensible à double couche, ou bien deux films simples superposés les couches en dehors, sont enroulés sur un cylindre de bois dont l'axe est normal à un large faisceau de rayons X sensiblement parallèles. Les rayons qui traversent tangentiellement les couches de bromure y sont fortement absorbés, et la couche intérieure projette sur l'autre une raie blanche. *Les noircissements de part et d'autre de cette raie sont très différents.*

Nous avons rattaché ceci au fait que, sur les radiographies, les contours osseux paraissent souvent frangés de noir, et nous avons entrepris l'étude détaillée de cet effet. Nos premiers essais ont montré que *le contour apparent de tout objet assez dense, projeté par rayons X sur une plaque peu éloignée, est bordé à l'extérieur d'une bande noire observable au microscope*, et assez nettement limitée [1]. Nous parlerons d'une réflexion apparente des rayons, car il ne peut s'agir d'une émission secondaire ordinaire ; cela résulte notamment des expériences suivantes :

a. L'interposition d'écrans (jusqu'à 4^{mm} Al) ne modifie pas sensiblement la largeur de la bande noire, qui est donc due à des rayons analogues aux rayons incidents.

b. Si l'on projette une bille d'acier sur un film concentrique, le contour apparaît bordé d'une ligne noire qui s'élargit en proportion de la distance du film. De plus, avec des rayons mous, une ligne blanche borde l'intérieur du contour, où pourtant l'épaisseur de métal à traverser est la plus faible ; ceci indique une zone d'où les rayons directs semblent déviés.

---

[1] Ces phénomènes n'ont aucune analogie avec les apparences signalées par M. Sagnac (*Comptes rendus*, t. 123, 1896, p. 880).

c. De la largeur de la bande noire, on peut déduire le plus grand angle des rayons correspondants avec la surface; on trouve presque toujours moins de vingt minutes.

La symétrie du dispositif et la brièveté des temps de force excluent toute explication par rayons de fluorescence ou corpusculaires ordinaires. Quant aux rayons diffusés, leur maximum dans la direction de propagation est beaucoup trop obtus : ainsi d'après les courbes de Debye (¹), l'intensité diffusée ne diminuerait de moitié que pour un angle de 10° avec des rayons de 0,2 U. Å., et pour des angles plus grands avec les rayons plus mous. On peut admettre que, sous des incidences rasantes, le pouvoir réflecteur des plans réticulaires, selon Bragg, devient considérable; la réflexion se produirait alors sur les plans réticulaires les plus superficiels des corps cristallins, et à la surface, supposée organisée, des liquides. Les corps se comporteraient alors pour les rayons X comme feraient pour la lumière de vastes miroirs infiniment bosselés.

Au point de vue expérimental rien n'a été fait pour l'incidence rasante; le plus petit angle des rayons avec la surface était de 5° chez Bragg (²) et de 2° environ chez Moseley et Darwin (³). Il serait donc possible qu'il s'agisse d'une *sorte de réflexion* régulière, qui se raccorderait avec l'effet récemment observé par Holweck (⁴) pour des rayons très mous.

Notre phénomène obéit aux lois suivantes, qui seraient conciliables avec cette manière de voir :

1. Les plaques utilisées, les temps de pose, les milieux interposés, sont *sans action* notable.

2. Le faisceau supposé réfléchi est *d'autant plus intense* que la surface réfléchissante est formée d'atomes plus lourds. Nous nous proposons d'étudier plus tard l'épaisseur utile. L'effet est très intense avec tous les métaux usuels et le mercure; il est notable avec l'aluminium, le verre (surtout à base de plomb); le mica est moins efficace; l'action du bois, du celluloïd, est nulle. L'étude des dissolutions paraît devoir être intéressante.

3. La *largeur du faisceau*, définissant l'*angle maximum* des rayons avec la surface, est *indépendante du rayon de courbure* et du degré de poli; la bande suit et contourne les rugosités.

4. Cet angle dépend très peu ou ne dépend pas de la *nature du réflecteur*.

(¹) Debye, *Ann. Phys*, t. 1, 1915, p. 809.

(²) Bragg, James et Bosanquet, *Phil. Mag.*, t. 1, 1921, p. 309.

(³) Moseley et Darwin, *Phil Mag.*, t. 26, 1913, p. 210.

(⁴) Holweck, *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 570.

5. Il est *exactement proportionnel à la distance de la couche sensible à la ligne de contact* des rayons tangents, si cette distance ne dépasse pas 2^{cm} environ; au delà la bande est trop floue pour des mesures précises.

6. L'angle maximum *décroît régulièrement avec la longueur d'onde* dans tout le domaine des rayons X usuels (de 9′ à 17′ par exemple, toutes choses égales d'ailleurs dans une série d'expériences).

7. Enfin, la bande n'est pas d'une teinte uniforme; elle est *plus noire dans la partie éloignée du contour.*

En opérant avec un bon miroir de bronze, on voit une ligne noire qui, s'écartant de la surface à mesure qu'on éloigne la plaque, donne l'impression d'être la trace d'un véritable faisceau réfléchi.

Cependant, malgré tout ce qui précède, *l'hypothèse d'une réflexion est tout à fait insuffisante* pour rendre compte de certaines particularités. Les faits suivants paraissent bien difficiles à expliquer actuellement :

1° Le diamètre de la projection de l'objet sur la plaque sensible semble un peu *plus grand* que le diamètre calculé de l'ombre géométrique. La différence correspond à peu près à la largeur (30 à 60 μ) de la *ligne blanche* signalée plus haut (en *b*) dans le cas des rayons mous; donc, celle-ci *empiète sur la pénombre*. La pénombre est d'ailleurs *masquée entièrement* par la bande noire, bien que sa largeur ealculée serait plus grande;

2° La largeur de la bande noire dépend essentiellement de l'*orientation de l'anticathode*. Le foyer se comporte à cet égard à peu près comme s'il était lumineux et projetait une pénombre sur la plaque. Ainsi, l'anticathode étant vue par la tranche, la largeur de la bande est maxima aux points où la surface focale se projette normalement au contour; la largeur devient au contraire très faible, sinon nulle, là où le foyer lui apparaît tangent. Ceci éveillerait l'idée d'une polarisation;

3° Enfin, la largeur de la bande est *inversement proportionnelle* à la distance entre la cathode et le contour apparent de l'objet; ceci aux erreurs d'expérience près, soit environ 5 pour 100.

D'autres expériences sont en cours pour tenter d'éclaircir ces points.

PHYSIQUE. — *Du magnétisme des aciers.*
Note de M. **Hector Pécheux**, transmise par M. A. Blondel.

L'étude de la perméabilité et de l'hystérésis des aciers et de certains alliages du fer a donné lieu à un certain nombre de travaux (Wilson,

Rowland, Hopkinson, Ewing, Steinmetz, P. Weiss, Osmond, A. Blondel, Morris, P. Curie, H. Le Chatelier, Benedicks).

J'ai examiné récemment quelques aciers au carbone, *à faible teneur en manganèse*, lesquels m'ont fourni des résultats que je crois devoir signaler. J'ai recherché l'influence du *recuit*, et de la *trempe après recuit*, sur les caractéristiques magnétiques de ces aciers. Mes essais ont porté sur trois échantillons en forme de barreaux cylindriques (diamètre : 11^{mm}; longueur : 15^{cm} soumis successivement : 1° à un recuit vers 900°, après forgeage et rectifiés au tour; 2° à une trempe à l'eau à 17° (les barreaux ayant été réchauffés au préalable à 800°, et pendant une demi-heure, dans un tube de porcelaine chauffé par un four à gaz). La méthode de mesures (du champ magnétisant et de l'induction magnétique) était la même que celle que j'ai déduite à propos du *nickel* [1].

Chaque échantillon a été soumis, sous ses deux états physiques, à un cycle complet d'aimantation. Ces cycles, et les courbes de première aimantation m'ont fourni les résultats consignés aux Tableaux B et C ci-après (les aciers sont numérotés 1, 2, 3). $\mathcal{H}_m$ est le champ correspondant au maximum de perméabilité (courbes de première aimantation); $\mathcal{H}_c$ est le champ coercitif; $\mathcal{B}_r$ et $\mathcal{B}_l$ sont respectivement l'induction *rémanente*, et l'induction *limite* (en unités électromagnétiques C. G. S.); *cette dernière* correspond à $\mathcal{H} = 25$ gauss. L'analyse chimique, faite sur les *aciers trempés*, a donné la composition suivante (Tableau A) :

TABLEAU A.

Aciers.	Carbone total pour 100.	Manganèse. pour 100.	Silicium.	Phosphore.	Nature.
1........	3,3	8,2	0,4	1,2	demi-doux
2........	5	7,3	0,3	0,8	demi-dur
3........	6,4	7,9	0,3	1,6	dur

N. B. — Le carbone est complètement combiné dans les aciers 2 et 3.

TABLEAUX B ET C.

	B. — Aciers forgés et recuits.			C. — Aciers trempés.		
Nos.	1.	2.	3.	1.	2.	3.
$\mathcal{H}_m$...	3	4,5	6,5	»	»	»
$\mathcal{H}_c$...	3,5	5	8	9	11,5	13
β_r....	3500	3150	3750	2750	1400	1550
β_l....	6600	5850	5650	4530	2600	2700

---

[1] *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 1134.

I. L'examen des Tableaux B et C et des courbes de première aimantation montre que :

a. Pour les *aciers forgés et recuits*, la perméabilité *décroît* dans le sens 1, 2, 3 (celui de la teneur *croissante* en carbone); le champ coercitif *croît* avec la teneur en carbone; l'écart (plus faible) entre les courbes 2 et 3 ne correspond pas à l'écart des teneurs en carbone (plus accentué); remarquons que l'acier 3 est plus riche en *manganèse* que l'acier 2.

b. *La trempe accroît* très sensiblement le champ coercitif de chaque acier en même temps que l'induction rémanente *décroît* (et ceci, d'autant plus qu'il y a plus de carbone). Les perméabilités *décroissent* dans le sens 1, 3, 2, la perméabilité de 3 étant, cette fois, supérieure à celle de 2 (malgré une plus grande teneur en carbone) : il semble donc que le *manganèse* tend *à relever* cette perméabilité; son effet *contrarie* celui du carbone, dans les aciers trempés.

II. J'ai trouvé, pour le coefficient *a* de la formule de Steinmetz,

$$W_y = a\mathfrak{B}^{1,6}$$

(hystérésis en ergs par centimètre cube), et, à l'aide des cycles d'aimantation les valeurs suivantes :

Nos.	Aciers recuits (a).	Aciers trempés (a').	$\frac{a'}{a}$.
1	0,0067	0,0161	2,4
2	0,0090	0,0241	2,5
3	0,0128	0,0284	2,2

Le relèvement plus grand du coefficient *a*, en passant de l'acier recuit à l'acier trempé, est surtout manifeste pour l'acier n° 2 (de perméabilité moindre après trempe).

N. B. — Le coefficient de *dureté* Brinell, mesuré sous 3000^{kg} avec une bille de 10^{mm} de diamètre, sur les aciers trempés, m'a donné les résultats ci-après : pour 1, 251; pour 2, 354; pour 3, 454; la dureté dépend donc exclusivement de la teneur en carbone : le manganèse est sans influence.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur la sensibilité des plaques photographiques aux sels de mercure*. Note [1] de M. G. Athanasiu, présentée par M. Villard.

L'emploi que j'ai fait des sels de mercure dans des actinomètres [2] m'a conduit à étudier à nouveau la sensibilité à la lumière des sels halogénés de

(1) Séance du 7 mai 1923.

(2) G. Athanasiu, *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 214.

mercure, et à chercher leur sensibilité relative dans diverses régions du spectre.

Lüppo-Cramer [1] a déjà cherché à préparer des plaques photographiques avec ces sels : il a étudié les plaques au gélatino-iodure-mercurique (HgI^2) et mercureux (Hg^2I^2); il trouvait que les plaques au bromure (Hg^2Br^2) et au chlorure mercureux (Hg^2Cl^2) n'étaient pas assez sensibles et les a abandonnées : le chlorure en particulier ne lui donnait aucune impression.

En reprenant cette étude, j'ai trouvé que les plaques au Hg^2Cl^2 et surtout celles au Hg^2Br^2 sont encore assez sensibles, *mais* que *cette sensibilité est limitée à la région ultraviolette du spectre*.

Pour la préparation de ces plaques j'emploie la méthode connue pour les sels d'argent sous le nom d'émulsification en liqueur acide [2], toutefois je laisse mûrir l'émulsion pendaut 3 heures à une température de 60°-70° C.

Je me suis d'abord proposé de faire une estimation rapide de la sensibilité de ces plaques dans le spectre, sans recourir aux mesures spectrophotométriques; j'ai cherché simplement les durées d'exposition minima pour lesquelles une lumière monochromatique impressionne ces plaques.

1. *Sensibilité relative des plaques différentes pour une même radiation.* — Plusieurs photographies du spectre d'une lampe à vapeur de mercure sont prises, sur chaque plaque, avec des expositions différentes. On développe dans un révélateur toujours neuf, de même concentration et maintenu à une température constante. Après 3 minutes de développement on lave le cliché et on le fixe s'il est nécessaire. Les plaques une fois sèches on cherche pour chacune d'elles le temps d'exposition pour lequel la raie considérée est visible. Les rapports de ces temps, pour deux plaques, sont considérés comme donnant l'inverse du rapport de leurs sensibilités à la radiation considérée.

Les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau suivant :

La dernière ligne du Tableau donne, à titre de comparaison, les temps d'apparition pour une plaque à bromure d'argent lente (Lumière, étiquette rouge) pour quelques raies du spectre.

---

(1) *Phot. Corresp.*, 1903, p. 611; 1904, p. 110; 1905, p. 113.

(2) J.-M. Eder, *Handbuch d. Phot.*, 1903. Hef, t. 10, p. 371.

Source lumineuse : lampe à vapeur de mercure dans le quartz

(220 watts = 80 volts × 2,75 ampères).

Appareil dispersif en quartz. Largeur de la fente = $0^{mm},054$.

		5790.	5460.	4916.	4358.	4046.	3650.	3130.	2967.	2536.	2482.
λ en angstroms		5790.	5460.	4916.	4358.	4046.	3650.	3130.	2967.	2536.	2482.
Énergies rayonnées rapportées à la raie verte		0,63.	1.	0,06.	0,7.	0,38.	0,53.	0,36.	0,11.	0,17.	
Temps (en secondes) au bout duquel les raies apparaîtront pour :	HgI^2	2	1	16	2	4	4	8	32	120	480
	Hg^2I^2	–	240	180	16	32	16	24	90	180	240
	Hg^2Br^2	–	–	–	–	960	12	6	24	960	–
	Hg^2Cl^2	–	–	–	–	–	240	60	120	480	–
	AgBr	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	–	–	–	–	–	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{20}$

2. Pour indiquer, en première approximation, les *sensibilités relatives d'une même plaque pour des radiations différentes*, il est nécessaire de connaître, en outre, le rapport des énergies correspondant aux diverses radiations utilisées.

Je me suis contenté de déduire ces rapports des mesures faites par Ladenburg (¹) sur une lampe dont le régime (85 volts × 2 ampères) était comparable à celui de la lampe que j'utilisais.

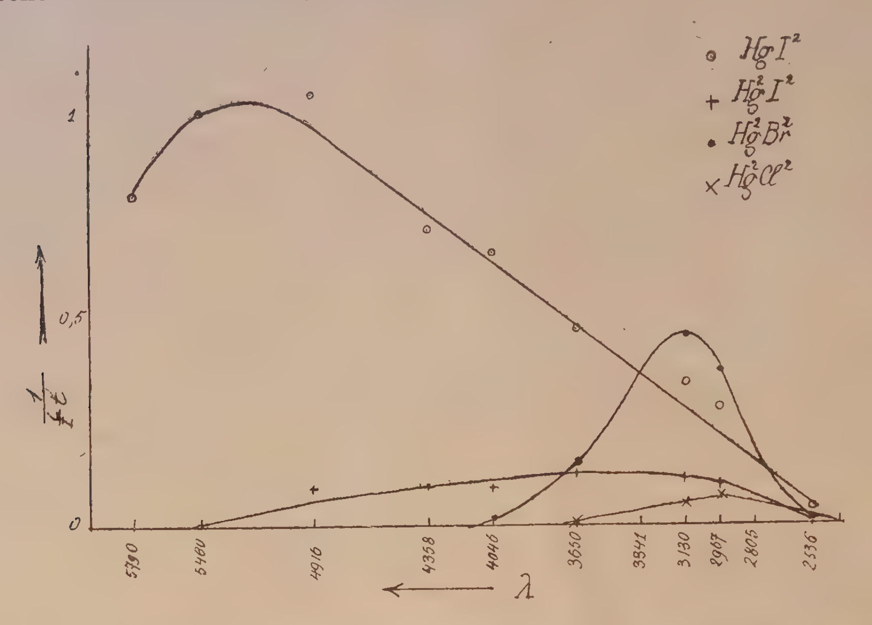
Si l'on prend pour ordonnées les valeurs de l'expression $\frac{1}{\delta i}$ $\left(\text{où } \delta = \frac{i}{I}\right.$ est le rapport de l'intensité de la radiation considérée à celle de la raie verte$\left.\right)$, et pour abscisses les longueurs d'onde, on obtient les courbes de sensibilité ci-après :

Conclusions. — L'étude ainsi faite ne comporte évidemment pas une grande précision : cependant les conclusions suivantes apparaissent nettement.

Les plaques au HgI^2 sont les plus sensibles, avec un maximum dans le vert, ensuite la sensibilité décroît vite et uniformément en même temps que la longueur d'onde. Pour toutes les radiations étudiées elles restent moins sensibles que les plaques aux sels d'argent, au moins avec les révélateurs que j'ai employés (sulfate de méthylparamidophénol). Leur emploi comme plaques orthochromatiques sans écran pourrait être, néanmoins, très commode pour des travaux qui exigent une moindre sensibilité dans le bleu et le violet que dans le jaune et le vert.

(¹) *Ph. Zeit.*, t. 5, 1904, p. 525.

Les plaques au Hg^2I^2, moins sensibles que les précédentes, sont impressionnées par la raie verte 5460, mais ne le sont pas par la raie jaune 5790. La sensibilité est maximum vers 3300.



La région de sensibilité des plaques au Hg^2Br^2 commence un peu avant la raie 4046 et présente un maximum très accusé vers 3130, la sensibilité diminue ensuite très vite. Ces plaques sont remarquables par une grande finesse de grain.

Les plaques au Hg^2Cl^2 sont les moins sensibles, les radiations actives débutent à 3650, le maximum se produisant vers 2967. Dans l'ultraviolet extrême elles sont toutefois plus sensibles que les plaques au Hg^2Br^2.

Les plaques au Hg^2Br^2 et Hg^2Cl^2 n'étant sensibles que pour des radiations fortement absorbées par le verre, il est extrêmement difficile d'obtenir avec elles un positif en partant d'un négatif en verre. C'est ce qui explique l'échec des essais de Lüppo Cramer.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la formation de l'onde explosive.* Note de M. **P. Laffitte**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'objet de nos recherches a été d'étudier les conditions de formation de l'onde explosive dans les mélanges gazeux détonants. Nous avons choisi le

mélange de sulfure de carbone et d'oxygène qui produit une flamme douée d'un grand pouvoir photogénique; son explosion a lieu suivant l'équation

$$CS^2 + 3O^2 = CO^2 + 2SO^2.$$

Nous avons déterminé la longueur parcourue par la flamme depuis l'allumage du mélange détonant jusqu'à l'établissement de l'onde explosive en opérant dans des tubes cylindriques en verre de diamètre variable.

Le principe de la méthode employée est l'enregistrement photographique utilisé pour la première fois par Mallard et Le Chatelier ([1]). Dans les expériences de ces auteurs, une plaque photographique passait devant l'objectif avec un mouvement de translation acquis à la suite d'une chute libre; cette plaque a été remplacée par un papier photographique enroulé sur un cylindre de 75^{cm} de circonférence auquel était communiquée une vitesse de rotation uniforme; le film se déplaçait avec une vitesse linéaire de $22^m,50$ par seconde dans les expériences rapportées ici. Le mélange gazeux explosif était obtenu par passage de l'oxygène dans deux saturateurs contenant le sulfure de carbone et maintenus à 15°; à cette température la tension de vapeur du sulfure de carbone est exactement le tiers de la pression atmosphérique et le mélange obtenu a la composition désirée. L'inflammation était provoquée par une étincelle électrique jaillissant à l'une des extrémités du tube entre deux fils de cuivre. Les tubes étaient en verre ordinaire, leur surface intérieure bien lisse et sans discontinuité. Les diamètres ont varié de 7^{mm} à 53^{mm}. Le tableau suivant résume le résultat de nos expériences. La première colonne donne les diamètres des tubes et la deuxième la longueur de combustion correspondante, c'est-à-dire la longueur parcourue par la flamme avant l'établissement de l'onde explosive.

Diamètre (en millimètres).	Longueur de combustion (en centimètres).
6,5-7	48
10	50
24-25	58
34-35	84
43-44	103
53-54	131

Sur les photographies, on voit très nettement une zone courbe représentant la période de combustion à vitesse variable, puis à partir d'un point

([1]) *Annales des Mines*, 8e série, t. 4, 1883, p. 274.

bien déterminé (accentué par le retour en arrière d'une onde de choc) l'onde explosive se propageant à vitesse constante et dont l'image est par conséquent limitée par une ligne droite. La photographie n° 1 a été obtenue avec un tube de 25-26^{mm} de diamètre et de 2^{m} de longueur. Des bandes de papier noir collées sur le tube tous les 50^{cm} indiquent sur la photographie les longueurs comptées à partir du commencement du tube. On voit que l'onde a pris naissance 58^{cm} après l'allumage. Dans la photographie n° 2,



Photo n° 1.

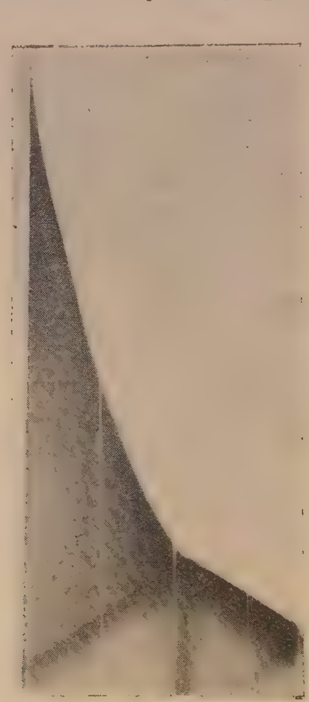


Photo n° 2.

représentant l'explosion dans un tube de 43-44^{mm} de diamètre et de 1^{m},80 de long, elle a pris naissance après une longueur de combustion de 1^{m},03.

On peut reporter les résultats du tableau précédent sur une courbe (*fig.* 3) en portant en abscisses les diamètres des tubes et en ordonnées les longueurs de combustion. On voit qu'à partir d'un diamètre de 25^{mm} environ, cette longueur de combustion est sensiblement proportionnelle au diamètre du tube.

Il peut arriver que la formation de l'onde explosive soit retardée ou avancée, c'est-à-dire qu'elle se forme après un parcours différent de celui

indiqué par l'ordonnée du point correspondant de la courbe précédente. Ceci se présente dans deux circonstances :

1° Lorsque la composition du mélange gazeux est telle que la quantité

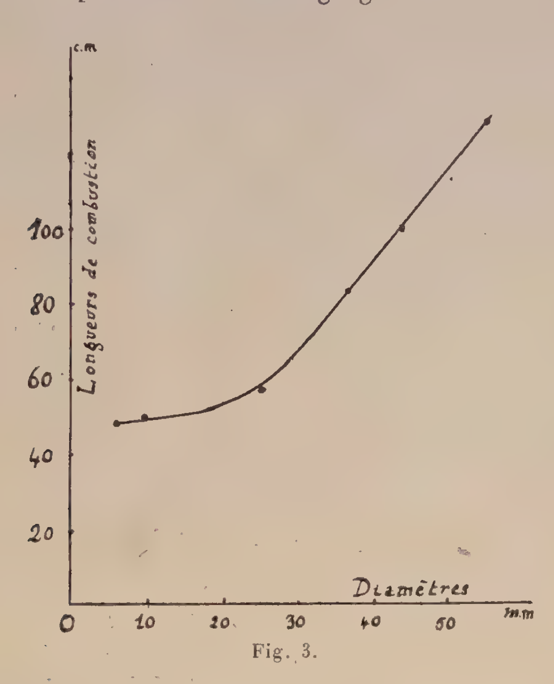


Fig. 3.

de sulfure de carbone diffère de plus de 1 pour 100 de la valeur théorique $CS^2 + 3O^2$, l'onde s'établit avec des retards plus ou moins importants suivant la composition du mélange.

2° Si la surface intérieure du tube dans lequel se propage d'abord la combustion, puis l'onde explosive, n'est pas parfaitement propre et lisse, l'onde peut prendre naissance beaucoup plus rapidement; elle se forme souvent à l'endroit d'une discontinuité ou d'un obstacle, par exemple à la jonction de deux tubes de même diamètre lorsqu'on les place bout à bout dans le prolongement l'un de l'autre. De même si l'on met dans le tube sur toute sa longueur une traînée de sable, l'onde prend naissance au bout d'une longueur bien plus courte que dans les circonstances habituelles. Ainsi dans une expérience faite avec un tube de 35^{mm} de diamètre avec du sable, l'onde explosive s'est formée à 45^{cm} de l'extrémité où a eu lieu l'allumage.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Purification des liquides par l'action simultanée de la force centrifuge et du champ électrique.* Note de MM. **Alfred Marx** et **Jean Rozières**, présentée par M. Brillouin.

On connaît les difficultés et même souvent les impossibilités que l'on rencontre lorsqu'on veut séparer industriellement les matières colloïdales des fluides qui les contiennent en suspension.

Pour réaliser ces séparations, des recherches ont été faites dans deux ordres d'idées absolument différents, en faisant agir soit la force centrifuge, soit l'électricité.

En essayant d'obtenir la précipitation des colloïdes par la force centrifuge on a été amené, pour enlever la totalité des colloïdes suspensoïdes, à considérer comme nécessaire une force centrifuge de 30000 fois la pesanteur environ.

Il faut en effet que l'accélération centrifuge créée par l'appareil soit toujours très supérieure à la composante radiale moyenne de l'accélération instantanée brownienne.

Mais des appareils réalisant une telle force centrifuge n'ont pu être réellement employés dans l'industrie que dans des cas très particuliers, parce que le volume libre qu'ils offrent pour le logement des impuretés colloïdales séparées est excessivement réduit.

La précipitation électrique des colloïdes qui a donné d'excellents résultats dans les milieux à faible viscosité comme les gaz, n'a plus donné que des précipitations extrêmement lentes dans les hydrosols où la vitesse de précipitation n'est plus que de 4×10^{-4}cm pour un gradient de 1 volt-centimètre.

Dans les oléosols les essais Claude Haynes Hall junior (1) ont prouvé que dans les huiles de transformateurs on n'avait pas pu obtenir de précipitation de colloïdes, même à 20000 volts-centimètres de gradient. Ces résultats négatifs étaient dus à la résistance considérable ($1,5 \times 10^{16}$ohms) et à la forte viscosité (2° Engler environ) de l'huile.

Le problème de la précipitation des colloïdes n'était donc pas résolu en pratique dans la grande majorité des cas.

Nous avons trouvé une solution qui supprime toutes les difficultés :

Cette solution consiste à superposer les deux actions : celle de la force

(1) *The Journal of Amer. Chem. Soc.* juin 1922.

centrifuge et celle de l'électricité, dans un même appareil nommé Séparateur Électro-Centrifuge, qui se compose en principe d'un bol tournant à grande vitesse où le liquide est placé entre deux parois à des potentiels aussi différents que possible.

En opérant sur de l'huile usagée provenant de transformateurs et décantée pendant 3 semaines, les constatations suivantes ont été faites :

Avec un séparateur centrifuge ordinaire muni d'un bol de $0^m,60$ de diamètre tournant à une vitesse de 2700 tours, une portion assez faible des matières colloïdales se dépose sur la paroi du séparateur, mais la plus grande partie reste en suspension dans le liquide, quel que soit le temps pendant lequel on poursuit l'opération.

D'autre part, l'action électrique sans centrifugation ne produit aucun déplacement des particules colloïdales, quels que soient également la durée de l'opération et le voltage employé.

Or, en soumettant le liquide pendant 5 minutes seulement à l'action simultanée de la force centrifuge et d'une différence de potentiel de 40000 volts (ce qui correspond à un gradient de 4000 volts-centimètres, les électrodes étant distantes l'une de l'autre de 10^{cm}), le liquide devient absolument clair.

Pour obtenir cette différence de potentiel, on utilise un courant contenu 110 volts aboutissant à un transformateur 110/40000 volts et l'on dispose sur un des fils d'arrivée du courant continu un rupteur rotatif coupant et rétablissant le courant 14000 fois à la minute, le pôle + étant constitué par le bâti de l'appareil et la paroi extérieure du bol qui est en acier, et le pôle — par trois fils circulaires en cuivre isolés du bol, soutenus par les ailettes d'entraînement du liquide, d'un diamètre de 40^{cm}.

Ce dispositif donne évidemment des impulsions dans les deux sens aux impuretés colloïdales, mais les impulsions vers la paroi du bol sont prépondérantes. D'ailleurs, en inversant les arrivées de courant, l'action électrique se produit en sens contraire de l'action centrifuge, et l'on n'obtient pas de clarification.

Pour avoir une mesure exacte des résultats obtenus, on les a contrôlés en constatant la résistance électrique de l'huile dans les divers cas expérimentés, résistance appréciée par le nombre de volts auquel se produisait l'étincelle de rupture, — entre deux pointes écartées de 10^{mm} et plongées dans l'huile, — dans chacun desdits cas :

1° L'expérience a été faite avec de l'huile usagée, laissée au repos pendant 3 semaines avant tout traitement.

L'étincelle de rupture était obtenue par une différence de potentiel de 19000 volts.

2° Le liquide était traité dans le séparateur centrifuge, avec adjonction d'une différence de potentiel, décrit ci-dessus.

Au bout des 5 minutes d'essai, l'étincelle de rupture, dans les mêmes conditions d'expérience, s'est produite pour une différence de potentiel de 31000 volts.

(Le traitement par l'appareil centrifuge dans les mêmes conditions d'expérience et sans le concours de l'électricité n'élevait que de 3000 volts le voltage de 19000 volts de l'huile usagée.)

Dans tous les essais analogues qui ont été effectués, des résultats semblables ont été constatés.

On peut donc dire que le problème de la séparation des matières colloïdales suspensoïdes est absolument résolu par le concours simultané de la force centrifuge et de l'électricité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation à basse température du métaphosphate de sodium.* Note de M. **Paul Pascal**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La famille si complexe des métaphosphates est constituée par des sels qui, au cours de leur préparation, ont été soumis à une température parfois fort élevée; leur degré de condensation moléculaire dépend souvent de la vitesse de chauffe et de refroidissement, et il n'est pas rare de les obtenir sous forme d'un mélange de polymères.

Des anomalies rencontrées dans l'étude magnétique de ces sels m'ont conduit à tenter la préparation d'un métaphosphate alcalin à une température aussi basse que possible; j'ai réussi dans cette voie, sans m'écarter beaucoup de la température ordinaire, en passant par l'intermédiaire du métaphosphate d'éthyle.

Métaphosphate d'éthyle. — On sait que l'anhydride phosphorique laissé au contact d'éther anhydre y gonfle peu à peu en une gelée colloïdale translucide, qui se transforme bientôt en un liquide visqueux. Cette curieuse réaction, dont je poursuis l'étude physico-chimique, ne fournit pas un produit absolument défini. Une partie en est insoluble, ou peu soluble, dans les rares dissolvants du métaphosphate d'éthyle, et correspond peut-être aux métaphosphates insolubles de Maddrell; sa proportion peut atteindre 8 à 10 pour 100 du poids total de la préparation, au moins quand la préparation a été faite à la température d'ébullition de l'éther.

La cryoscopie du métaphosphate d'éthyle [1] a pu être réalisée dans le naphtalène; elle lui assigne un poids moléculaire égal à 662-692, alors que la formule $(PO^3C^2H^5)^6$ correspondrait à 648. Cet éther paraît donc constitué principalement par un hexamétaphosphate du type des sels alcalins de Graham, et l'on y retrouve le souvenir de la condensation moléculaire si marquée de l'anhydrique phosphorique.

Métaphosphate de sodium. — L'éthylate de sodium en léger excès, et bien exempt d'alcool, réagit violemment sur le métaphosphate d'éthyle; il y a formation d'un sel alcalin et départ d'éther; nous serons amenés par la suite à formuler la réaction

$$(PO^3C^2H^5)^6 + 6\,C^2H^5ONa = 6\,PO^3Na + 6(C^2H^5)^2O.$$

Il faut modérer la double décomposition en versant le métaphosphate en mince filet dans un grand excès d'éther anhydre, violemment agité, où flotte l'éthylate pulvérisé; la température reste alors limitée à 35°-40°.

Le produit de la réaction est une masse visqueuse translucide, légèrement colorée en brun, et piquetée de petits points d'éthylate qui ne disparaissent pas toujours sous l'action d'un malaxage énergique. Des lavages à l'alcool tiède, à l'éther et au chloroforme anhydres décomposent et enlèvent l'éthylate qui n'a pas réagi, ainsi que la majeure partie des phosphates et métaphosphates éthyliques. La purification n'est cependant jamais complète par cette voie, car le sel de sodium retient toujours des éthers-sels dans lesquels il paraît soluble en toutes proportions. C'est seulement par chauffage à 250°-300° dans le vide absolu qu'on obtient un sel absolument pur, identique d'ailleurs à celui qui résulterait d'une fusion au rouge de la matière brute.

Au maximum de pureté le métaphosphate de sodium se présente alors sous la forme d'un sel incristallisable, très soluble dans l'eau, avec réaction neutre (P^2O^5 70,75 — 70,05 pour 100, au lieu de 69,60); il présente tous les caractères habituels de métaphosphates, qui seraient cependant un peu masqués vis-à-vis du baryum s'il y restait encore un peu de métaphosphate d'éthyle.

Dissous dans l'eau, notre sel de sodium en abaisse le point de congélation d'une façon beaucoup plus marquée que les polymétaphosphates étudiés par Tammann et pae Wiesler. Soit qu'on l'étudie avant l'enlèvement

---

[1] Purifié par précipitations fractionnées de sa solution chloroformique à l'aide d'éther anhydre.

de ses impuretés organiques [1], soit qu'on l'ait chauffé à 250° ou au rouge pour l'avoir pur, son poids moléculaire apparent tend en solution diluée vers la même limite : 51 environ.

Concentration. pour 100.	Sel brut.	Chauffé à 250°.	Fondu au rouge.
0,36	M = 52,8	M = 52	M = 48
0,618	55,2	»	»
0,953	60,8	»	»

C'est précisément la valeur correspondant à la dissociation complète en ses ions du métaphosphate normal ($PO^3Na = 2 \times 51$) qui n'avait pas encore été signalé.

Nous avons donc obtenu, et parfois sans que la température dépasse 50° à 60°, un métaphosphate de sodium nettement différent des polymères connus depuis Graham; il a les propriétés qu'on pouvait attendre du sel normal PO^3Na et sa constitution ne se modifie pas quand on le porte aux environs de 800°.

Il semblerait donc qu'il ne faille pas voir dans leur température élevée de formation la cause de la condensation moléculaire des polymétaphosphates. Comme dans le cas des polysilicates et des pyrophosphates, il est plus simple d'admettre que leur formation avec perte d'eau ou d'ammoniac résulte de réactions *inter*moléculaires, plutôt que d'une réaction *intra*moléculaire suivie de polymérisation. Nous venons d'ailleurs de donner une preuve de l'instabilité relative de certains de ces complexes, puisque nous sommes passés d'un hexamétaphosphate à un monométaphosphate.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tétraméthylglycérine.* Note de MM. **Pastureau** et **H. Bernard**, présentée par M. Béhal.

Les véritables homologues de la glycérine, c'est-à-dire les triols ayant leurs trois oxhydriles contigus, sont des substances rares.

M. Delaby a donné dernièrement [2] une méthode générale de préparation des glycérines monoalcoylées $R - CHOH - CHOH - CH^2OH$, à partir de l'acroléine, qui traitée par un organomagnésien donne l'alcoylvinylcarbinol correspondant. Celui-ci fixe deux atomes de brome sur sa

---

[1] Mais alors en tenant compte de l'effet cryoscopique de ces éthers-sels.

[2] *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 967.

double liaison et la dibromhydrine est ensuite transformée en acétine, puis en glycérine.

Paal et Zahn [1] ont obtenu des glycérines diarylées

$$CH^2OH - CHOH - C(OH)\langle{}^{Ar}_{Ar}$$

en faisant agir les organomagnésiens arylés sur le glycérate de méthyle

$$CH^2OH - CHOH - COOCH^3.$$

Faworsky [2] a obtenu la pentaméthylglycérine à partir de l'isobutyrone, par une série de réactions assez compliquées.

L'an dernier, nous avons montré [3] que la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle réagit sur l'iodure de magnésium méthyle pour donner la chlorhydrine de la tétraméthylglycérine

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \rangle \underset{OH}{C} - \underset{Cl}{CH} - \underset{OH}{C} \langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}.$$

Le rendement de cette préparation varie de 40 à 60 pour 100.

Cette chlorhydrine nous a permis d'atteindre assez facilement la tétraméthylglycérine

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \rangle \underset{OH}{C} - \underset{OH}{CH} - \underset{OH}{C} \langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}.$$

Le passage par l'acétine ne donne que des résultats médiocres.

C'est la saponification directe par le carbonate de potassium en solution aqueuse qui nous a donné les meilleurs résultats.

Préparation. — La chlorhydrine en solution aqueuse est traitée à l'ébullition à reflux par deux fois la quantité théorique de carbonate de potassium. Au bout d'une demi-heure, la saponification est complète. On évapore à sec dans le vide ou au bain-marie. On extrait par l'alcool absolu. On évapore l'alcool. La tétraméthylglycérine cristallise. On la purifie, en la recristallisant dans un mélange d'éther anhydre et d'alcool absolu.

Le rendement de la préparation est d'environ 60 pour 100.

---

(1) *Ber. d. D. chem. Ges.*, 1907, p. 1819.

(2) *Bull. Soc. chim.*, t. 2, 1913, p. 417.

(3) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1555. Cette Note contient une erreur : à la fin de la Note, *lire* : on recueille à part sous 20^{mm}, *au lieu de* : sous 200^{mm}.

Propriétés. — La tétraméthylglycérine se présente sous la forme d'aiguilles brillantes fondant à 99° au bloc de Maquenne.

Elle est très soluble dans l'eau, très soluble dans l'alcool absolu, à peu près insoluble dans l'éther anhydride et dans l'éther de pétrole.

Analyse. — Substance, $0^g,1290$; CO^2, $0^g,2715$; H^2O, $0^g,1225$; ce qui donne :

	Trouvé pour 100.	Théorie pour $C^7H^{16}O^3$.
C...........................	57,3	56,75
H...........................	10,55	10,81

La tétraméthylglycérine, oxydée par l'eau de brome et traitée en présence d'acide sulfurique, suivant la méthode de M. Denigès, par la codéine donne une coloration jaune fluorescente virant au rouge acajou. Dans les mêmes conditions elle donne avec la résorcine une coloration rouge cerise fluorescente.

Nous avons tenté de préparer le glycide de la tétraméthylglycérine

$$\begin{array}{c} CH^3 \\ CH^3 \end{array}\!\!>\underset{\diagdown\ \ O\ \ \diagup}{C—CH}—\underset{\underset{OH}{|}}{C}<\begin{array}{c} CH^3 \\ CH^3 \end{array}$$

en traitant la chlorhydrine par la potasse fondue et pulvérisée au sein de l'éther anhydre. Nous avons obtenu un liquide incolore à odeur camphrée que nous n'avons pas purifié par distillation, car nous étions parti d'une trop faible quantité de chlorhydrine.

Ce liquide s'hydrate instantanément en présence de l'eau et d'une goutte d'acide sulfurique dilué, et se transforme à peu près quantitativement en tétraméthylglycérine qui cristallise par évaporation.

Il est probable que les chlorhydrines des alcoyltriméthylglycérines, obtenues en faisant agir les alcoylmagnésiens sur la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle, donneront aussi les glycérines correspondantes.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Une vérification du pouvoir antioxygène des polyphénols : Relation entre la « solidité à la lumière » des colorants sur fibre et la présence dans leur molécule de la fonction diphénol* (*ortho* ou *para*). Note de M. **Alfred Gillet**, présentée par M. Charles Moureu.

MM. Moureu et Dufraisse viennent d'attirer l'attention [1] sur la remarquable propriété des polyphénols — ajoutés même en faible proportion à

---

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 258; t. 175, 1922, p. 127; t. 176, 1923, p. 624 et 797. — *Bull. Soc. Chim.*, novembre 1922.

des corps très autoxydables — de rendre ceux-ci presque insensibles à l'autoxydation.

Les chimistes spécialistes de la teinture admettent, en général, que l'altération à la lumière des colorants sur fibre est due à une réaction photochimique dans laquelle le colorant, ou, plus exactement, l'ensemble (colorant + fibre), est attaqué par l'oxygène de l'air. Cette action nécessite la présence d'humidité et aurait pour premier stade la formation d'un peroxyde [1] au détriment soit de l'eau (H^2O^3), soit de l'oxygène lui-même (O^3), soit du colorant, soit de la fibre (ozonides).

De quelque manière qu'on envisage cette réaction, elle présente une grande analogie avec l'autoxydation de l'acroléine. L'action protectrice des polyphénols, étudiée systématiquement dans ses détails par MM. Moureu et Dufraisse sur l'acroéline [2], méritait d'être essayée sur les colorants sur fibre.

J'ai entamé des recherches dans ce sens, me plaçant au double point de vue suivant : 1° rôle de la fonction polyphénol dans la molécule du colorant lui-même; 2° action d'un polyphénol ajouté sur la fibre teinte.

Du premier point de vue j'ai entrepris une étude théorique, consistant à passer en revue les colorants consignés dans les Tables de Schultze et à les grouper en une double classification : (*a*) suivant la présence, la position et le nombre des groupements phénoliques dans la molécule; (*b*) dans chacune de ces catégories, suivant la solidité à la lumière, telle que l'indiquent les Tables.

La présente Note expose les premières inductions que j'ai pu baser sur cet examen.

En groupant les colorants azoïques « à l'acide » pour laine, on trouve : chez les monophénols (sans NH^2) : 22 colorants très solides (types de solidité 1 à 2 de Schultze), 38 colorants solides (types 2-3), 13 colorants assez solides (type 3), 8 peu ou pas solides (types 3-4, 5); chez les aminophénols : aucun très solide, 10 solides, 2 assez solides, un non solide; chez les polyphénols : un très solide, 4 solides, un assez solide, 4 peu solides. Tous les non-phénols sont relativement peu solides (types inférieurs au type 3), sauf ceux qui possèdent dans la molécule, en place d'un groupement OH, *en ortho ou para par rapport au groupement* azo, un groupe

---

(1) C. Gillet, *Rev. gén. Mat. col.*, 1921, t. 24, p. 177; t. 25, p. 1, 22. — P. Sisley, *Revue Assoc. Chim. Ind. Textile*, décembre 1922.

(2) *Loc. cit.*

NH — R (R = aryle ou acyle) ou un second groupe azo — N = N — Ar (disazoïques).

Passant aux colorants azoïques directs pour coton, nous trouvons un travail analogue fait en 1902 [1], dont les résultats mènent aux mêmes conclusions que le classement ci-dessus, fait pour les autres azoïques : ces colorants sont : 1° solides à la lumière s'ils dérivent de tétrazoïques copulés à des monophénols; 2° de solidités diverses pour des noyaux aminophénols (suivant la position des radicaux OH, NH^2); 3° fugaces pour les noyaux polyphénols; 4° fugaces pour toute molécule non phénol copulée.

De ces grandes lignes, complétées par une étude de détail, on peut dégager une relation, entre la solidité à la lumière et la constitution, qui n'est autre, semble-t-il, que celle qui relie la constitution au pouvoir antioxygène de telles molécules :

La condition de solidité à la lumière des azoïques serait *l'existence sur un même noyau, en position ortho ou para, de deux radicaux auxquels leur constitution confère le même pouvoir antioxygène, qualitativement, que les groupements* OH *de la pyrocatéchine ou de l'hydroquinone : radicaux* — N = N — Ar *et* OH; — N = N — Ar *et* NH — Ar *ou* NH — Ac; *deux* — N = N — Ar.

L'existence de plus de deux groupements de ce genre sur un même noyau rend au colorant sa fugacité; on peut admettre que ce fait est dû à une instabilité (analogue à celle des triphénols) relative de l'ensemble constitué par le noyau ainsi substitué : très vite altéré, cet ensemble cesse vite de protéger la fibre teinte contre l'oxydation.

Deux radicaux OH, ou deux de leurs analogues, en position méta, ne confèrent au colorant aucune solidité particulière : le parallélisme se maintient avec le polyphénol correspondant — la résorcine — qui n'est que très peu antioxygène.

La solidité des colorants du stilbène possédant un radical assimilable à OH en *o*- ou en *p*- par rapport au groupe — CH = CH — Ar permettrait, selon nous, de classer ce dernier parmi les groupes assimilables à OH.

Les oxazines et les thiazines sont en général assez solides : les deux atomes N et O, N et S, placés en *o*- l'un par rapport à l'autre sur des noyaux aromatiques, jouent vraisemblablement un rôle protecteur analogue à celui des deux OH dans la pyrocatéchine.

---

(1) BROWNLIE, *Journ. of Soc. of Dyers and Colourists*, 1902, p. 288; *Rev. gén. des Mat. col.*, 1903, p. 45.

Les colorants pour mordants, souvent très solides à la lumière, doivent précisément leur propriété de se fixer sur mordants aux fonctions polyphénols de leurs molécules.

Les colorants de cuve, également très solides pour la plupart, se fixent d'abord sur fibre sous forme de composés à fonctions OH très autoxydables en milieu alcalin (comparer à l'hydroquinone).

On observe dans beaucoup de cas que les colorants développés sur fibre sont beaucoup plus solides à la lumière que les mêmes colorants ou leurs analogues fixés directement comme tels. Nous avons d'ailleurs constaté que des polyphénols, mis sur la fibre teinte, accroissent sa solidité. Or, il se forme, par réaction secondaire, des phénols à partir du diazoïque, dans le bain ou sur la fibre, pendant le développement. La présence de ces phénols explique la solidité relative du colorant.

En résumé, en dehors des colorants de la pyrazolone et des colorants pour coton rendus solides par un traitement aux sels de cuivre, la grande solidité à la lumière des colorants sur fibre est étroitement liée à la présence, dans la molécule, d'une fonction *o-* ou *p-* diphénol suffisamment stable par elle-même, la désignation fonction phénol s'étendant aux groupements de valeur énergétique approchant celle de OH : — N = N — Ar, NH — Ar, NH — Ac, — O — Ar, — SH, — SAr, par exemple.

Comme ces mêmes diphénols, présents sur la fibre teinte en tant que molécules étrangères au colorant, en accroissent la solidité, il s'agit bien, dans les deux cas, d'un effet du pouvoir antioxygène, On doit ajouter — quant à la valeur du groupe — OH dans la molécule d'un colorant — à son caractère d'auxochrome, son caractère d'antioxygène.

MÉTÉOROLOGIE. — *Étude des nuages par photographie synoptique* (Semaine des Nuages). Note de MM. **Ph. Schereschewsky** et **Ph. Wehrle**, présentée par M. R. Bourgeois.

La connaissance des nuages, chapitre capital de la Météorologie, ne peut faire de progrès que par la collaboration internationale des observateurs; cette maxime a déjà été reconnue et pratiquée il y a trente ans dans la période où fut établie la classification internationale des nuages encore en usage aujourd'hui (Hildebrandson et Teisserenc de Bort).

Nous avons donc montré précédemment (¹) que le moment était venu de

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 175, 11 juillet 1922.

reprendre et de poursuivre le travail remarquable de nos prédécesseurs. Nous avons proposé, pour fondement aux recherches nouvelles le concept de système nuageux; en perfectionnant ce concept, on perfectionnera la classification et la nomenclature des nuages, tâche très importante que le Comité météorologique international a récemment décidé d'entreprendre sur l'initiative du colonel Delcambre.

Nous avons fait photographier simultanément le ciel dans un grand nombre de stations, répéter deux fois par jour cette expérience à 9^h et 15^h pendant 6 jours consécutifs et étudié synoptiquement les épreuves ainsi obtenues. L'avantage de cette méthode est de substituer aux descriptions trop souvent infidèles ou grossières que fournissent les mots, un document précis et qui laisse le moins de place possible aux interprétations et aux erreurs de l'observateur. Les résultats obtenus ont d'autant plus de valeur que le réseau photographique est plus serré et couvre une plus grande étendue : même les océans ne doivent pas être négligés.

Une réalisation limitée en principe au territoire français a eu lieu dans la semaine du 15 au 21 janvier 1923. Son objet était moins d'obtenir des résultats scientifiques définitifs (la faible superficie de la France ne permet pas de les escompter avec certitude) que de préparer l'organisation d'une seconde étape dont le rendement scientifique fût aussi élevé que possible et qui s'étendrait à un grand nombre de pays ainsi qu'aux mers et aux océans.

Les résultats préliminaires obtenus au mois de janvier ont été assez favorables pour que nous proposions dès à présent de franchir la seconde étape dans la semaine d'équinoxe de l'automne 1923.

L'Université, les Sociétés de photographie, les Sections de photographie de l'Aéronautique militaire, la Marine, l'Agriculture et de nombreux correspondants bénévoles ont bien voulu collaborer avec les stations de l'Office national Météorologique. Plusieurs observateurs étrangers se sont aussi joints à nous.

Au total, 255 correspondants ont répondu à notre appel dont 233 en France et 22 dans les pays limitrophes. Le nombre des épreuves reçues atteint 2747. La densité moyenne des vues est de une pour 2700^{km^2}.

Divers résultats théoriques apparaissent déjà, notamment le passage continu des cumulus de traîne aux stratus anticycloniques, mais avant d'en faire état, il convient de les confirmer au cours de la seconde étape.

Les précautions qu'exigera cette dernière ou « Semaine internationale des nuages » ressortent nettement des documents reçus.

La collaboration internationale plus nécessaire encore qu'il y a 30 ans

doit être organisée cette fois avec des soins tout nouveaux et qui ne feront que croître à mesure que les recherches s'étendront.

D'une manière générale, il faut que les observations de nuages constituent une série dense et continue aussi bien dans le temps que dans l'espace. Nous demandons 3 photographies par jour à 7^h, 13^h et 18^h pendant 7 jours consécutifs. Cette condition qui doit commander toutes les recherches de la Météorologie dynamique n'avait pas été remplie il y a 30 ans lors de l'« Année des Nuages ».

Le groupement de toutes les photographies dans une même semaine s'oppose nettement à l'ancienne conception appliquée au lancement des ballons-sonde qu'on lançait à des jours longuement espacés dans l'année. On a enfin reconnu presque partout aujourd'hui que tout système d'observations doit être non seulement continu dans l'espace comme le veut la méthode synoptique ordinaire, mais aussi continu dans le temps puisque les quatre variables latitude, longitude, altitude et temps jouent un rôle également important dans l'étude des transformations du ciel.

On sait que le concept de système nuageux groupe dans une synthèse simple les nombreux « états du ciel » observés simultanément sur de vastes étendues. Il permet d'établir une nomenclature rationnelle des nuages où chacun serait nommé d'après le rôle qu'il joue dans l'ensemble du système. Pour établir effectivement cette nomenclature, il faut étudier l'emplacement de toutes les formes nuageuses possibles dans les divers systèmes nuageux, étudier pour ainsi dire l'anatomie du système. C'est une tâche considérable, encore inachevée et que le projet que nous venons d'exposer est destiné à mener à bien.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la conservation des graines dans les gaz inertes.* Note de M. **J. Houdas**, présentée par M. Guignard.

Nombre de graines perdent rapidement leur faculté germinative par suite de l'altération à l'air d'un ou de plusieurs de leurs constituants : huiles fixes, huiles essentielles, etc. Pour obvier à ces inconvénients on se voit obligé de semer les graines aussitôt après leur récolte ou de les mettre en stratification.

En 1910, à la demande de M. Poirault, directeur de la villa Thuret à Antibes, j'ai recherché s'il serait possible d'assurer la conservation des semences de *Gerbera Jamesoni* et de ses hybrides qui, au bout de quelques

semaines, ne donnaient plus aucune plantule quand on les mettait dans des conditions favorables à la germination.

Les graines de *Gerbera*, qui sont dépourvues d'albumen, renferment, dans toutes les cellules de l'embryon, de l'aleurone et de l'huile. Comme il semblait logique d'attribuer, du moins en partie, leur altération à l'action oxydante de l'oxygène de l'air, j'ai pensé que l'on pourrait empêcher cette oxydation en les conservant dans des gaz inertes. L'expérience a confirmé ces prévisions. Les gaz employés sont l'hydrogène et l'anhydride carbonique.

Le dispositif dont je me suis servi consistait en un tube effilé dans lequel on mettait un tampon de coton, puis les graines et un second tampon de coton à une petite distance duquel on produisait un étranglement dans le tube au moyen d'un jet de chalumeau. Après refroidissement on faisait passer un courant lent et prolongé d'un des gaz indiqués ci-dessus. Quand on supposait que l'oxygène de l'air avait complètement disparu, on fondait à la lampe les deux parties effilées du tube et l'on obtenait ainsi une ampoule renfermant les semences. On peut faire plusieurs ampoules successives sur le même tube, ce qui amène une grosse économie de gaz inerte. Les ampoules sont conservées à l'abri de la lumière.

Le premier envoi de graines de *Gerbera* m'est parvenu le 15 mai 1910. Mises à l'étuve à germination, ces graines ont commencé à donner des plantules le troisième jour; le douzième, toutes les bonnes semences s'étaient développées. Taux de germination : 95 pour 100.

Le 15 janvier, c'est-à-dire huit mois après, les graines ont été mises à germer :

Hydrogène........................	94 pour 100 de plantules	
Anhydride carbonique	90 »	»

Ces résultats m'ont encouragé à entreprendre une expérience de longue durée : des graines reçues fin mai ont été conservées comme il a été indiqué ci-dessus et essayées tous les ans :

	1912.	1913.	1914.	1915.	1916.	1917.
H.............	90	92	89	94	90	94
CO^2...........	89	91	87	88	100	87

	1918.	1919.	1920.	1921.	1922.
H.............	88	92	91	95	90
CO^2...........	90	85	88	86	89

Le nombre de plantules obtenues après onze années est assez voisin de celui que l'on observait au début de l'expérience. Le temps exigé pour la germination est resté le même. Les chiffres provenant de l'anhydride car-

bonique sont généralement un peu plus faibles que pour l'hydrogène : ceci doit tenir à ce que ce dernier gaz se diffuse plus facilement que le premier.

J'ai fait des essais semblables avec de nombreuses graines : les résultats ont été analogues. Lorsque les téguments séminaux sont très compacts, on devra maintenir longtemps les semences dans le courant de gaz inerte, sans quoi on s'expose à des insuccès.

Avant de terminer, je citerai le cas de graines de *Quinquina* (*ledgeriana, officinalis, succirubra*) (¹) provenant d'un envoi de Java datant de deux années. Le taux de germination initial n'est pas connu. En 1922, les graines fournissaient 50 pour 100 de plantules, tandis que les mêmes graines conservées à l'air ne germaient plus depuis nombre d'années.

J'ai cru devoir signaler ce traitement des graines, qui peut être intéressant pour la conservation et le transport de semences rares ou difficiles à obtenir.

CHIMIE AGRICOLE. — *Détermination du carbone dans la terre végétale.* Note de M. **L.-J.-Simon.**

La teneur en carbone de la terre végétale est une donnée importante pour les spécialistes. J'ai pensé leur être utile en étendant à ce cas particulier la technique d'oxydation par le mélange d'acide sulfurique concentré et de bichromate d'argent dont je poursuis l'étude et l'application. Dans un tel problème il semble qu'il n'y a pas lieu de se proposer une trop grande exactitude. L'hétérogénéité de nature de la substance étudiée et la difficulté de l'échantillonnage rendent illusoire un effort dans cette direction. Ce qui importe c'est la simplicité de l'opération et sa rapidité : la technique que je propose réalise un progrès à ce double point de vue.

L'échantillon de terre, $0^g,4$ à 4^g, suivant sa richesse en carbone et son homogénéité, est introduit dans un petit matras conique, relié à une jauge graduée de 250^{cm^3}. Dans le matras on a préalablement enfermé 25^g à 30^g d'acide sulfurique concentré et 8^g à 12^g de bichromate d'argent. Le matras est chauffé progressivement au bain-marie de manière à atteindre la température d'ébullition de l'eau en une demi-heure; on maintient à cette température pendant 4 minutes, on laisse refroidir et l'on mesure à la pression atmosphérique le volume gazeux recueilli dans la fange. De ce volume on déduit simplement le carbone cherché. Le tout demande environ 1 heure.

Les essais ont porté sur trois échantillons. L'échantillon I était de la terre

(¹) Ces graines, pourvues d'un albumen, contiennent dans les cellules de ce tissu, comme dans celles de l'embryon, de l'aleurone et de l'huile.

de jardin, II était de la terre de bruyère. L'échantillon III était un humus très hétérogène dans lequel rampaient des racines de Polypodes.

Le carbone des carbonates a été dosé préalablement dans la terre ordinaire non desséchée qui en contenait 1,63 pour 100; les autres échantillons n'en renfermaient pas.

Les résultats sont rassemblés dans le Tableau suivant :

	C pour 100.				
Perte à 110°.	CrO^3.	$Cr^2O^7Ag^2$.	CuO.	H pour 100.	N pour 100.
		Échantillon : I.			
"	3,88	4,4	4,61	1,48	0,251
"	3,68	4,6	4,65	1,39	0,246
"	3,85	4,4	"	"	"
"	3,90	"	"	"	"
		I (desséché à l'étuve).			
8,52	4,35	4,64	4,63	0,464	0,252
"	"	4,69	"	"	0,242
		II.			
"	5,4	6,43	6,57	1,29	0,29
"	5,35	6,38	6,51	1,43	0,293
"	"	6,49	"	"	"
"	"	6,23	"	"	"
		II (desséché à l'étuve).			
6,36	5,81	6,32	6,95	0,75	0,27
"	"	6,58	6,79	0,78	0,32
		III.			
"	7,97	8,22	8,39	1,59	0,39
"	7,31	8,62	8,30	1,55	0,41
		III (desséché à l'étuve).			
6,78	"	7,84	9,48	1,07	"
"	"	10,48	9,24	0,92	"
"	"	9,45	10,10	1,19	"
"	"	8,55	8,15	1,1	"
"	"	8,88	"	"	"
"	"	8,95	"	"	"
"	"	7,70	"	"	"
	Moyenne...	8,84	9,24		

I. L'accord entre les résultats obtenus par la méthode classique à l'oxyde de cuivre, et ceux que fournit l'emploi du bichromate d'argent, est suffisant pour qu'on puisse recommander l'étude de cette technique dans les laboratoires agricoles : c'est à la pratique de décider de son adoption définitive.

L'accord est meilleur lorsque l'analyse porte sur des échantillons séchés à l'air et non séchés à l'étuve à 110°. Il semble que cette pratique a pour résultat d'exagérer encore l'hétérogénéité naturelle de l'échantillon ; c'est ce qui nous a imposé de suppléer à l'homogénéité par la multiplicité des essais et un calcul de moyenne. Il est préférable de doser le carbone sur un échantillon non séché et déterminer à part la perte à 110°. Encore n'est-il pas certain que cette perte de poids corresponde exclusivement à un départ d'eau.

II. A un autre point de vue, il y a lieu de remarquer que la valeur du carbone trouvée par l'emploi d'anhydride chromique est toujours inférieure à celle que fournit le bichromate d'argent. Cette différence tient à la constitution de la matière organique renfermée dans la terre ou l'humus. Les résultats antérieurs soumis à l'Académie ([1]), relatifs à cette comparaison, suggèrent quelques hypothèses : on peut faire appel à des substances acycliques, telles que les méthylpentosanes; on peut envisager également des substances analogues à la lignine et renfermant des groupes acétylés, ou encore les acides gras (dioxystéarique, oxystéarique, lignocérique), dont il est question dans une Note ([2]) très intéressante parue récemment, de M. Maurice Piettre. Pour toutes ces substances, l'oxydation chromique doit fournir, par rapport à l'oxydation par le bichromate d'argent, un déficit tenant à la production finale d'acide acétique qui n'est qu'incomplètement brûlé par CrO^3 dans les conditions de notre essai. Ceci est d'ailleurs parfaitement d'accord avec l'observation classique de Loges, que dans le traitement de l'humus par l'acide chromique, il peut se former un peu d'acide acétique.

En résumé, l'emploi de la méthode d'oxydation au bichromate d'argent sulfurique est à recommander aux laboratoires agricoles pour la détermination rapide du carbone et, peut-être aussi, lorsqu'on l'associe à l'oxydation chromique, pour recueillir d'autres renseignements sur la nature chimique de l'échantillon analysé.

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1706; t. 175, 1922, p. 167 et 1070.

([2]) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 1329-1331.

PHYSIOLOGIE. — *Étude graphique de la frappe des dactylographes.* Note de M. **J.-M. Lahy**, présentée par M. d'Arsonval.

La frappe des dactylographes est un acte complexe. Pour l'étudier, il convient d'en séparer les éléments. Toutes choses restant égales au point de vue de l'outillage, on peut distinguer dans la frappe trois éléments :

1° La rapidité de la succession des divers mouvements élémentaires;

2° Le rythme de cette succession;

3° La force des chocs des doigts sur le clavier.

Nous n'étudierons que la rapidité, facteur essentiel du rendement.

Technique. — Le but de la recherche était d'obtenir sur un cylindre enregistreur l'inscription des chocs donnés par les doigts sur les touches du clavier et, parallèlement, l'inscription du temps en $\frac{1}{100}$ de seconde. Pour y parvenir, nous avons utilisé quatre dispositifs :

1° L'écrasement d'un tube de caoutchouc placé sous les barres de transmission et perpendiculairement à leur direction. Le tube était relié à un tambour de Marey.

2° L'inscription électrique par un signal de Desprez. Chaque touche en s'abaissant fermait un circuit électrique par son contact avec une tige en cuivre transversale, supportée par deux piliers creux où se trouvaient deux ressorts à boudins, grâce auxquels le choc s'amortissait.

3° Le même dispositif, mais perfectionné par la substitution d'une cuve à mercure à la tige de cuivre. Chaque touche était munie d'une aiguille galvanisée qui fermait le circuit en pénétrant dans le mercure.

4° Le contact de la barre arrière sur un point fixe, établissant un circuit électrique.

Le temps s'inscrivait au moyen d'un diapason entretenu électriquement.

Résultats. — Nous nous bornons à résumer ici les résultats pratiques auxquels nos expériences ont abouti. Le détail des recherches et l'analyse des graphiques qui les expliquent sont donnés dans une publication d'ensemble sur la profession du dactylographe.

La méthode graphique nous a permis de dissocier deux éléments dans la succession des mouvements élémentaires : la durée du contact sur les touches et la durée des intervalles. On peut donc déterminer des rapports entre ces deux groupes de durées. Le Tableau suivant, dressé à l'aide de l'analyse numérique d'un graphique enregistré d'après notre méthode, montre ces rapports.

Frappes successives.	Durée des contacts (en centièmes de seconde).	Main qui frappe.	Durée des intervalles (en centièmes de seconde). Frappes alternées.	Frappes non alternées.	Écart moyen (en centièmes de seconde). Mains alternées.	Mains non alternées.
n	4	D		15		4,10
o	3	D		11		0,10
u	4	D	2		2,57	
s	3	G	7		2,43	
barre	4	D	8		3,43	
s	4	G	4		0,57	
o	3	D		14		3,10
m	3	D		9		1,90
m	4	D	3		1,57	
e	3	G		9		1,90
s	4	G	4		0,57	
barre	4	D	9		4,43	
e	3	G	2		2,57	
n	3	D		10		0,90
barre	4	D		12		1,10
p	4	D		5		5,90
o	4	D	3		1,57	
s	3	G		8		2,90
s	5	G		14		3,10
c	3	G		14		3,10
s	3	G		8		2,90
s	2	G	5		0,43	
i	2	D		9		1,90
o	4	D		10		0,90
n	3	D		9		1,90
barre	5	D	6		1,43	
d	4	G		13		2,10
e	3	G	3		1,57	
barre	4	D	8		3,43	
v	2	G	3		1,57	
o	4	D		12		1,10
t	2	D		13		2,10
r	2	D	4		0,57	
e	4	G	4		0,57	
barre	3	D		14		3,10
l	3	D	4		0,57	
e	3	G	5		0,43	
t	2	D		8		2,90
t	2	D		12		1,10
r	2	D	3		1,57	
e	3	G				
Totaux.....	134		87	229	31,85	48,10
Durée de l'épreuve........................	450					
Moyen. des 41 frappes. 3,26					1,57	
Moyenne des 19 alternances..............................			4,57			2,29
Moyenne des 21 non alternances..........................				10,90		
Moyenne générale des intervalles........................			7,90			

Tous nos graphiques, quelle que soit la méthode d'inscription employée, ont fourni des résultats concordants. Nous avons pu établir ainsi une première règle du travail dactylographique :

Première règle. — La vitesse du travail dactylographique est en fonction de l'alternance des mains.

En supposant que l'outillage et les méthodes dactylographiques soient perfectionnés de manière à favoriser, comme le veut cette règle, l'alternance des mains, il arrivera cependant un moment où la limite de perfectionnement sera atteinte. En effet, la meilleure disposition donnée aux lettres et aux signes sur le clavier de la machine ne pourra faire que les lettres qui se trouvent dans les mots soient alternées sur le clavier dont la disposition est immuable. L'alternance complète ne pouvant être obtenue, le dactylographe devra utiliser successivement les doigts d'une même main. Nos expériences précisent comment cet emploi doit se faire.

Nous avons constaté que la même règle n'était pas applicable aux deux mains. C'est pourquoi nous avons établi une seconde règle où venaient se combiner des indications différentes selon que le travail dactylographique s'accomplit avec la main droite ou avec la main gauche.

Seconde règle. — L'alternance des doigts de la main gauche et le sautillement des doigts de la main droite favorisent la vitesse.

Pédagogie dactylographique. — Ces données expérimentales fournissent des bases nouvelles pour l'établissement des méthodes dactylographiques. Si ces données ruinent la méthode — jusqu'ici dominante — des dix doigts, fondée sur une assimilation erronée de la frappe du dactylographe à celle du pianiste, elles prouvent aussi que les autres méthodes ne peuvent pas lui être substituées. L'étude d'un grand nombre de graphiques montre que *le toucher dactylographique est personnel.* Les élèves doivent être appelés à utiliser telle ou telle méthode selon leurs aptitudes physiologiques. Ces aptitudes sont décelables par un examen psychotechnique préalable.

La spécialisation du travail dactylographique doit, en outre, se poursuivre jusque dans le travail de la préparation des « stencils », travail favorisé par une aptitude aux gestes rythmés, qui ne se rencontre pas chez tous les sujets.

On peut noter aussi le rapport qui existe entre la valeur d'une machine à écrire déterminée et l'aptitude à la rapidité des meilleurs dactylographes. Le classement établi par les méthodes de la psychotechnique permet de prévoir quelles sont les machines qui limitent le rendement des dactylographes les mieux doués et qui, pour cela, doivent être écartées pour eux.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la toxicité des autolysats et des extraits tissulaires.* Note de M. Auguste Lumière, présentée par M. Roux.

Parmi les nombreux problèmes que Bouchard a abordés avec tant de succès, il convient de citer celui qui se rapporte à la toxicité des extraits de tissus. Cet illustre physiologiste a conclu de ses expériences que les cellules abandonnent constamment des substances nocives qui peuvent parfois provoquer des troubles morbides.

Le Professeur H. Roger, reprenant méthodiquement l'étude de cette question, a constaté que si l'on fait macérer dans l'eau des fragments d'organes frais, de poumon par exemple, on obtient un extrait très toxique, exerçant une action hypotensive marquée; mais si la macération est prolongée, l'autolysat perd peu à peu sa toxicité pour devenir complètement inoffensif au bout de huit jours.

Pour expliquer ce fait, on a invoqué l'influence des ferments cellulaires qui entraîneraient la désintégration des matériaux albuminoïdes en modifiant ainsi, par une sorte de digestion, la constitution chimique des autolysats.

Si ces transformations sont bien réelles, les considérations précédentes ne nous renseignent point sur la nature des corps toxiques renfermés dans les extraits tissulaires et il semble paradoxal *a priori* que ces corps soient d'autant plus nocifs qu'ils proviennent d'organes plus frais, ce qui tendrait à faire supposer que les tissus vivants renferment des poisons.

Ces phénomènes singuliers s'éclairent complètement à la lumière de la théorie colloïdale que nous avons exposée [1] et qui a déjà donné la clef de nombreuses énigmes physiologiques et pathologiques.

Les cellules composant les tissus ainsi que les liquides humoraux qui les imprègnent sont essentiellement constitués par des colloïdes de nature différente, isolés par les enveloppes cellulaires; la macération ou le broyage réalisent le mélange de ces colloïdes, habituellement séparés; ils réagissent alors les uns sur les autres en donnant des floculats plus ou moins abondants.

Quand on broie des fragments de poumon dans l'eau distillée, on obtient un extrait qui est louche, malgré la filtration sur papier, à la trompe. Si l'on soumet cet extrait à une centrifugation immédiate et énergique, on sépare un précipité assez abondant au-dessus duquel se trouve un liquide parfaite-

(1) Auguste Lumière, *La théorie colloïdale de la biologie et de la pathologie.* Chiron, Paris, 1922.

ment limpide. Ce liquide, décanté, ne tarde pas à se troubler à nouveau spontanément et, au bout d'un quart d'heure, il a repris l'aspect qu'il avait primitivement. Une nouvelle centrifugation l'éclaircit mais, les réactions intercolloïdales se poursuivant, il continue à floculer avec le temps. Ce n'est qu'au bout de 24 heures, après une dernière centrifugation, qu'il demeure indéfiniment limpide.

Lorsqu'on abandonne à lui-même l'extrait initial, on observe des précipitations successives; ses propriétés toxiques sont en relation avec ces états de floculation.

En injectant l'extrait total dans la circulation du cobaye, pendant les deux ou trois premières heures de sa préparation, on remarque deux groupes d'accidents : des accidents immédiats, en général peu graves, et des crises tardives à répétition, d'autant plus sévères que les premiers troubles ont été plus légers.

Le précipité qui se forme *in vitro* semble vacciner contre les effets des floculations successives ultérieures qui continuent à se produire *in vivo*.

Cette explication est bien exacte car, partant d'un extrait qui vient d'être préparé, si l'on élimine, par centrifugation, le premier floculat formé, l'injection immédiate intracardiaque du liquide limpide ne produit tout d'abord aucun accident, mais, vers la 6e minute, une crise aiguë survient; les animaux tombent dans le coma et la plupart meurent.

On peut les préserver de ce choc par une injection intravasculaire préalable de suspension barytique convenable, ce qui montre que l'on a bien affaire à des phénomènes de choc physique se déroulant suivant le mécanisme que nous avons indiqué pour expliquer les symptômes aigus de l'anaphylaxie.

D'ailleurs on peut aussi vacciner les animaux contre les accidents mortels provoqués par les autolysats en les soumettant préalablement à un traitement susceptible de déclencher un choc atténué, anaphylactique, peptonique, traumatique, épileptique ou anaphylactoïde, au moyen de floculats ou précipités par l'oléate de soude, la choline, les lipoïdes, etc.

Inversement, les phénomènes qui caractérisent les crises aiguës anaphylactiques ou anaphylactoïdes peuvent être évités ou atténués par l'administration d'extraits tissulaires.

Les lésions révélées à l'autopsie des animaux qui ont succombé à la suite de l'injection de ces extraits sont les mêmes que celles que l'on constate dans les autres chocs et les symptômes des crises sont également semblables.

Si, après avoir centrifugé l'extrait d'organe floculé, on lave plusieurs fois

le culot à l'eau distillée et que, par agitation, au moyen d'un appareil approprié, on remette les éléments du floculat dans un état physique convenable, on peut obtenir une suspension toxique ou vaccinante, suivant les doses administrées.

En triturant des fragments de tissus, on réalise un mélange brusque et rapide des colloïdes constitutifs dont les réactions réciproques sont terminées en 24 heures, tandis que dans le cas des autolysats, les colloïdes diffusent lentement dans le milieu et il faut alors attendre huit jours pour que ces réactions de floculation soient achevées. C'est pour cela que la toxicité des produits de trituration ne persiste que pendant une journée tandis que les autolysats demeurent nocifs pendant une semaine environ.

Ces expériences, qui ont porté sur un très grand nombre d'animaux, confirment le rôle que nous avons attribué aux phénomènes de floculation en pathologie, elles s'accordent entièrement aussi avec la théorie physique des chocs telle que nous l'avons conçue et avec celle de l'antianaphylaxie qui résulte de l'accoutumance des parois vasculaires à l'excitation par les floculats.

PHYSIOLOGIE. — *Modifications pondérales des organes chez le Pigeon au cours de l'avitaminose* B. Note (1) de M. **J. Lopez-Lomba**, présentée par M. Henneguy.

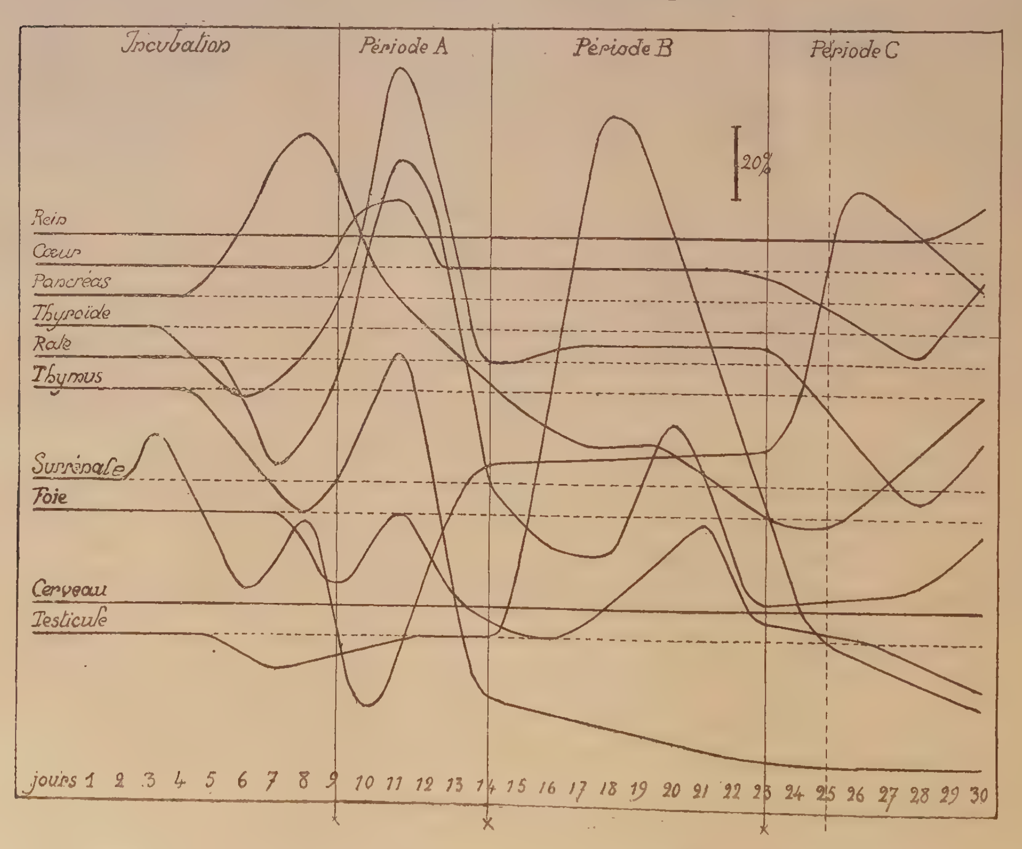
Les lésions anatomopathologiques et les troubles physiopathologiques dans l'avitaminose ont été surtout étudiés jusqu'à ce jour à des périodes avancées de la maladie. Les auteurs ne semblent pas toujours attacher l'importance qu'elle mérite à la notion de la période de l'avitaminose pendant laquelle les troubles ou les lésions sont recherchés. Or la notion de l'existence de diverses périodes dans l'avitaminose est, nous le croyons, capitale pour la compréhension des signes pathologiques observés.

Nous avons soumis un lot de 36 Pigeons d'un poids moyen de 290g au régime d'aliments purifiés dout nous avons parlé dans une Note précédente (J. Lopez-Lomba et Mme Randoin). 6 Pigeons servant de témoins recevaient 1g de levure de bière sèche par jour et furent sacrifiés au bout de 6, 17, 21, 22, 27 et 30 jours. Les 30 autres furent sacrifiés à raison de 1 par jour. Un certain nombre d'organes de tous ces Pigeons furent pesés et rap-

(1) Séance du 30 avril 1923.

portés au kilogramme de poids initial des animaux. En ne tenant compte que des variations de poids des organes, sortant des limites extrêmes observées chez les témoins, nous avons inscrit dans le graphique ci-joint les pourcentages d'augmentation ou de diminution constatés chaque jour. Certains organes restent dans les limites de poids normales pendant toute l'avitaminose; d'autres présentent des atrophies ou des hypertrophies assez inattendues.

Nous ne pouvons pas faire ici dans le détail l'étude critique des résultats obtenus qui sera d'ailleurs publiée très prochainement. Nous exposerons seulement les principaux faits et les conclusions auxquelles ils nous ont conduit. De notre étude, il s'est dégagé qu'il convient de considérer dans l'avitaminose B du Pigeon quatre périodes principales :



1° *Période d'incubation* (que nous appelons ainsi parce que l'examen direct des animaux ne permet de constater aucun symptôme anormal). — Pendant cette période, qui dure environ 9 jours, certains organes subissent déjà des modifications de poids.

2° *Période A* (du 9ᵉ au 14ᵉ jour environ). — La thyroïde, le cœur, la rate, le thymus s'hypertrophient, la surrénale et le pancréas s'atrophient. Il y a à ce moment diminution de la résistance à l'infection, exaltation de la virulence des germes intestinaux (Biondo, Guerrini), altération du processus digestif (Danysz Michel et Koskowski). Ces faits, et d'autres que nous ne pouvons pas citer ici, concordent pour prouver qu'à cette période les pigeons traversent une crise toxique, sont atteints d'une véritable maladie toxi-infectieuse due probablement à la résorption d'antigènes intestinaux, et que (comme dans les maladies infectieuses) il y a hypotonie du sympathique et hypertonie du parasympathique. Certains animaux meurent à cette période.

3° *Période B* (du 14ᵉ au 23ᵉ jour environ). — La thyroïde revient vers la normale mais reste légèrement atrophiée, la surrénale varie en sens inverse. La rate, le foie, le thymus, le pancréas s'atrophient. Le testicule subit une hypertrophie marquée. L'équilibre nerveux des systèmes autonomes est renversé à partir du 14ᵉ jour environ et ne changera pas de sens jusqu'à la fin : il y a hypersympathicotonie et hypoparasympathicotonie.

4° *Période C* (à partir du 23ᵉ jour environ). — La surrénale subit une hypertrophie brusque, le pancréas accentue sa perte de poids, la thyroïde, le cœur s'atrophient. A partir du 23ᵉ jour débutèrent les paralysies. Comme les animaux ne furent pas gavés, l'inanition partielle fit sentir ses effets, en réalité bienfaisants [1], à partir du 25ᵉ jour, date à laquelle les crises nerveuses nettes apparurent.

L'ensemble de ces résultats joints à ceux, d'ailleurs très différents, que nous avons obtenus avec les Cobayes scorbutiques, nous a conduit à envisager les lésions et les troubles de l'avitaminose comme étant dus avant tout et surtout à des troubles fonctionnels des systèmes neuro-endocriniens de la vie organo-végétative.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la composition du glycogène.* Note de MM. SAMEC et V. ISAJEVIČ, présentée par M. L. Maquenne.

Bien que l'analogie entre l'amidon et le glycogène aille assez loin, il subsiste néanmoins entre ces deux corps de notables différences, que l'on

---

(1) On sait que dans une deuxième période de l'inanition il y a diminution de la sécrétion d'adrénaline (Vincent et Hollenberg), augmentation du nombre des îlots de Langerhans (Laguesse), etc.

n'a pas pu éclaircir suffisamment jusqu'à présent. Ce sont en particulier l'absence des propriétés gélifiantes, la nature amorphe et la coloration brun rouge avec l'iode qui distinguent les deux corps.

Nous avons étudié, avec les méthodes qui ont permis de mettre en évidence la constitution physico-chimique de l'amidon, un glycogène extrait d'un foie de chien, très pur et ne contenant pas d'azote, et nous avons trouvé que le poids moyen moléculaire du glycogène dissous évolue dans le même ordre de grandeur que celui de l'amidon. Chauffé à 120° pendant une heure, le glycogène accuse dans une solution à 2 pour 100 un poids moléculaire moyen d'environ 114000.

On arrive par électrodialyse à décomposer la solution de glycogène en deux parties. Plus de 80 pour 100 de la substance dissoute reste en forme de sol et accuse en solution à 1 pour 100 une conductibilité électrique de $1,4.10^{-5}$. Au contraire, les 20 pour 100 environ de la substance se précipitent sous forme de flocons à consistance d'empois et fortement hydratés. La conductibilité spécifique de cette partie est, en solution à 1 pour 100, de $4,1.10^{-5}$. Ce comportement montre par conséquent une certaine analogie avec les substances amylacées, mais avec cette différence que les solutions d'amidon préparées comme notre solution de glycogène déposent environ 80 pour 100 de la substance dissoute sous forme de gel. La viscosité relativement très faible de la solution du glycogène qui, dans le cas qui nous occupe, était 1,03 dans une solution à 1 pour 100, concorde avec la faible quantité du gel.

Mais il y a une différence profonde en ce qui concerne la teneur de l'amidon et du glycogène en phosphore. Avec l'amidon nous avons trouvé que la substance non précipitée (amylose) ne contenait pas d'électrolytes, tandis que le gel (amylopectine) contenait tout le phosphore renfermé dans les grains d'amidon. Pour l'amidon de pomme de terre la teneur en P^2O^5 de l'amylopectine est, en chiffres ronds, de 0,175 pour 100. Au contraire le sol de glycogène est d'une étonnante richesse en phosphore. Dans notre préparation nous avons trouvé $0^g,721$ de P^2O^5 pour 100^g de substance desséchée. Le gel de glycogène est sensiblement moins riche en phosphore (0,135 pour 100).

Malgré cette forte teneur en phosphore, la conductibilité électrique du sol est faible. Des expériences ultérieures établiront s'il faut chercher la cause de ce phénomène dans l'existence d'un éther de type $HOP(OR)^2$ ou dans la présence d'un glycogénophosphate faiblement ionisé. Dans tous les cas nous retrouvons dans le gel de glycogène le parallélisme entre la pro-

priété gélifiante et la présence d'ions colloïdaux qui est si frappante dans l'amylopectine et dans l'agar-agar. Au contraire le sol de glycogène, malgré sa forte teneur en phosphore, ne possède presque à aucun degré les propriétés de l'empois, ainsi que nous l'avons observé également pour certaines formes des acides amylophosphoriques synthétiques.

L'existence de phosphore que l'on ne peut pas séparer du glycogène nous paraît être d'une grande importance physiologique, puisque de ce fait le glycogène représente dans l'organisme, non seulement une réserve d'hydrates de carbone, mais aussi une réserve de phosphore. On comprend également par là la grande importance des phosphates lors du métabolisme des hydrates de carbone.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'effet de l'humus à faibles et à fortes doses sur la fixation de l'azote par l'* Azotobacter chroococcum. Note de M. **J. Voicu**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'action stimulante de l'humus sur l'*Azotobacter chroococcum* a été généralement étudiée en faisant intervenir des doses relativement fortes de substance, soit : 50^{mg} à 200^{mg} d'humus et même davantage, pour 100^{cm^3} de liquide de culture.

Dans les recherches que j'ai entreprises récemment sur cette question, en opérant avec une culture pure d'*Azotobacter chroococcum*, j'ai essayé comparativement l'action des doses faibles d'humus (de $0^{mg},1$ à 5^{mg} pour 100) et l'action des doses relativement fortes (100^{mg} et 200^{mg} pour 100).

La composition du liquide de culture à 2 pour 100 de *saccharose*, ainsi que les conditions d'expérience, ont été les mêmes que celles déjà indiquées dans une Note précédente [1].

L'humus, extrait du fumier, a été employé à l'état d'humate de sodium, obtenu en triturant dans un mortier $2^{g},5$ de substance avec de l'eau redistillée et 3^{cm^3} d'une solution normale de soude.

L'ensemencement a été fait, dans chaque fiole, avec 1^{cm^3} d'une suspension microbienne homogène, provenant d'une culture sur milieu gélosé à l'extrait de terre, âgée de cinq jours.

Les cultures ont été maintenues à 27° pendant deux semaines et agitées tous les deux à trois jours après la formation du voile microbien. La culture témoin et celle à $0^{mg},1$ pour 100 d'humus, où aucune membrane ne s'était formée, ont été également agitées comme les cultures à $0^{mg},5$ pour 100.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 317.

La préparation de l'humus employée contenait 3,22 pour 100 d'azote et 2,6 pour 100 de cendres.

Dans tous les essais contenant 2^{mg} pour 100 ou un pourcentage supérieur d'humus, la quantité d'azote introduite par cette substance a été, dans le Tableau ci-dessous, déduite des résultats de l'analyse :

Humus pour 100cm³.	Azote fixé par fiole de 50cm³.	Sucre disparu.	Azote fixé pour 1g de sucre.	Humus pour 100cm³.	Azote fixé par fiole de 50cm³.	Sucre disparu.	Azote fixé pour 1g de sucre.
mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
0	0,9	271	3,32	2	2,0	590	3,39
"	0,9	271	3,32	"	1,95	572	3,41
0,1	1,0	278	3,60	5	2,85	807	3,53
"	0,85	240	3,54	"	3,0	820	3,66
0,5	1,2	339	3,54	100	6,75	914	7,39
"	1,2	354	3,40	"	7,55	950	7,95
1	1,6	467	3,43	200	9,45	1000	9,45
"	1,6	474	3,38	"	9,0	1000	9,00

On voit que l'effet favorisant de l'humus se manifeste nettement à partir de la dose de $0^{mg},5$ *pour* 100. La dose de 1^{mg} pour 100 a presque doublé la quantité d'azote fixé, et celle de 5^{mg} pour 100 l'a plus que triplée.

On remarque cependant que, dans ces essais où interviennent de *faibles doses d'humus*, la quantité d'azote fixé pour 1^{g} de sucre disparu est restée sensiblement la même.

En ce qui concerne les *doses fortes* de 100^{mg} et 200^{mg} pour 100, on constate, en même temps qu'une augmentation de la quantité d'azote fixé, un accroissement considérable du rendement par rapport au sucre disparu.

Je crois devoir faire remarquer que j'avais introduit dans le milieu de culture des quantités de *fer*, de *manganèse*, d'*aluminium* et de *silice*, beaucoup plus élevées que celles qui pouvaient être apportées par les faibles doses d'humus (contenant de $0^{mg},0026$ à $0^{mg},130$ de cendres). Le milieu contenait également un peu de substance colloïdale (5^{mg} pour 100 de peptone). Si l'action favorisante des faibles doses d'humus était due à l'intervention d'un élément chimique à l'état de combinaison minérale, cet élément devrait être autre que le fer, le manganèse, l'aluminium, le silicium.

Dans le cas des *fortes doses d'humus* (100^{mg} et 200^{mg} pour 100), l'existence d'un accroissement considérable du rendement, en même temps que d'une augmentation de la quantité d'azote fixé, porte à croire que des

modifications importantes se sont produites dans le milieu de culture quant à sa nature et sa composition même.

On peut aussi admettre que les effets différents constatés sont dus, entre tous les facteurs possibles, à une seule substance, qui, à l'état de trace, intensifie la fixation de l'azote, sans changer le rendement, et à des doses plus fortes augmente simultanément l'intensité de la fixation de l'azote et son rendement.

Ce cas serait comparable à celui qui a été découvert par M. Gabriel Bertrand en étudiant l'action du manganèse sur la culture de l'*Aspergillus niger* (¹) : lorsqu'on introduit de faibles traces de manganèse dans un milieu de culture complètement débarrassé de ce métal, on intensifie considérablement la production du mycélium, sans qu'il y ait formation d'organes reproducteurs; mais si l'on ajoute des doses plus fortes, le manganèse facilite le développement de la plante et provoque en même temps la formation des conidies.

En se limitant aux faits que j'ai observés, il semble bien qu'il y ait lieu de considérer, tout au moins lorsqu'il s'agit du milieu liquide contenant du saccharose, deux modes différents d'influence favorisante de l'humus vis-à-vis de l'*Azotobacter chroococcum :* l'un, qui apparaît pour des *doses faibles d'humus*, où le microbe excité fixe plus d'azote dans un même intervalle de temps, sans modification de rendement par rapport au sucre disparu, et l'autre, qui se présente dans le cas des *doses fortes*, où ce rendement se trouve lui-même considérablement augmenté.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Influence du* P_H *ascendant de l'eau de mer sur la rapidité de la segmentation des œufs d'* « Halosydna *et de* Sabellaria ». Note de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Henneguy.

MM. Vlès, Dragoiu et Rose ont montré que l'abaissement du P_H de l'eau de mer ambiante entrave ou inhibe la division cellulaire. Il semblerait donc *a priori* que la segmentation fût accélérée par un P_H ascendant.

Reprenant à ce point de vue mes expériences de l'an dernier (²) sur le

(¹) *Sur le rôle capital du manganèse dans la formation des conidies de l'*Aspergillus niger (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 381).

*Extraordinaire sensibilité de l'*Aspergillus niger *vis-à-vis du manganèse* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 616).

(²) *Comptes rendus*, t. 174, 1ᵉʳ mai et 15 mai 1922.

rôle de l'alcalinité dans les fécondations hétérogènes, j'ai cherché à déterminer l'effet de l'augmentation des anions $\overline{OH}$, ou, si l'on veut, de P_H sur la segmentation.

J'ai employé comme matériel les œufs de deux Annélides : *Halosydna gelatinosa* et *Sabellaria alveolata*.

a. *Fécondation normale*. — Le développement normal : *Sabellaria* ♀ × *Sabellaria* ♂ jusqu'au stade trochosphère demande de 44 à 50 heures pour $P_H = 8,1$, à 10° C. Pour $P_H = 8,4$ [1], le développement se fait en 27 heures, soit avec une avance de près de moitié.

L'horaire correspond au moment où 90 à 95 pour 100 des trochosphères sont formées, car certaines larves sont en avance.

Le développement normal, pour $P_H = 8,1$, d'*Halosydna* ♀ × *Halosydna* ♂ donne des larves nageantes en 26-30 heures.

Pour $P_H = 8,4$, cette durée est réduite à 18 heures.

Ainsi, un P_H ascendant, c'est-à-dire la concentration décroissante en ions H', produit un raccourcissement évident et accentué du cycle formateur de la larve.

Voyons maintenant ce que donnent, dans les mêmes conditions, les :

b. *Fécondations hétérogènes*. — Le croisement *Sabellaria* ♀ × *Halosydna* ♂ ne réussit pas pour $P_H = 8,1$. Pour $P_H = 8,4$, au bout de 24 heures, il y a à peine 2 pour 100 des œufs au stade 2, qui évoluent en trochosphères en 40 heures. La majorité des œufs se développe en anomalies (division prématurée en 3 extraovats, etc.) et aboutit à la cytolyse.

Le croisement *Halosydna* ♀ × *Sabelleria* ♂, par contre, réussit très bien (je dirais même : mieux que la fécondation normale).

Pour $P_H = 8,1$, les larves sont formées en 30 heures.

Pour $P_H = 8,4$, j'ai obtenu, suivant la température du laboratoire, deux séries de résultats :

A 10° C., l'émission du premier globule polaire a lieu au bout de 1 heure et demie; en 5 heures tous les œufs sont en division; certains montrent même 1 ou 2 quartettes de micromères. Au bout de 18 heures, il y a 95 pour 100 de larves nageantes. A 14° C., l'évolution est retardée. Le premier globule polaire n'est émis qu'au bout

---

[1] Le chiffre de $P_H = 8,1$ correspond à l'eau de mer normale de la station du Croisic, au début d'avril.

Les solutions pour les P_H plus élevés ont été faites en additionnant l'eau de mer normale d'une quantité convenable de NaOH 10/N, contrôlée par les étalons usuels, et en tenant compte de l'erreur de salinité. Pour déterminer P_H, j'ai employé la méthode de Sœrensen, avec, comme indicateurs, la phénolphtaléine, la thymolsulfonephtaléine (thymol bleu), l'orthocrésolsulfonephtaléine (rouge de crésol) et la phénolsulfonephtaléine (rouge de phénol).

de 3 heures; la première division n'intervient que vers la sixième heure, et il faut 23 heures pour avoir des larves.

Quoi qu'il en soit de ce fait, en apparence paradoxal ([1]), puisque la température accélère généralement la croissance et l'évolution animales, on peut constater que l'accélération évolutive se produit aussi bien et même d'une façon plus accentuée pour les fécondations hétérogènes que pour les fécondations normales.

D'autre part, pour les P_H intermédiaires entre 8,1 et 8,4, il ne se produit que des modifications minimes dans la durée du développement.

L'accélération se produit brusquement, pour $P_H = 8,35-8,40$. Au-dessus de ce chiffre, le développement se ralentit beaucoup, des anomalies apparaissent, et le blocage est complet pour $P_H = 8,5$. D'ailleurs, le chiffre 8,35-8,40 correspond à peu près à l'optimum de NaOH qui m'avait donné de bons résultats, l'an dernier, dans l'activation hétérogène. Il constitue bien l'*optimum* de l'accélération pour les œufs considérés.

On pourra remarquer que les P_H les plus élevés qui aient été déterminés dans les eaux océaniques ne dépassent pas 8,35 (Palitzsck, 1910-1912; Gaarder, 1917).

Il faut ajouter que l'accélération n'est pas de même valeur à tous les stades, et que les chiffres obtenus pour les diverses phases de la segmentation sont très inégaux; certaines phases sont accélérées, d'autres retardées. Je reviendrai ultérieurement sur ce point qui mérite mieux qu'une indication sommaire.

Notons également que, si l'accélération paraît moins accentuée dans les fécondations hétérogènes, le spermatozoïde étranger paraît jouer un rôle. Ainsi, nous trouverons comme chiffres de durée de développement :

Halosydna ♀ × *Sabellaria* ♂	18-23 heures
Halosydna ♀ × *Favorinus albus* ♂ (Eolidien)...	24 »
Halosydna ♀ × *Asterias rubens* ♂	30 »

Peut-être, les recherches récentes de Gray ([2]) éclaireront-elles cette

---

([1]) Il serait trop long de discuter l'explication. D'après Mac Clendon, P_H varie de 0,01 par 1° C., et le chiffre réel dépasse probablement l'optimum, que semble donner le chiffre apparent.

([2]) J. Gray, *The relation of spermatozoa to certains electrolyts* (*Proc. Roy. Soc.*, 1920, p. 147-156).

question ; il y aurait une influence directe du P_H ambiant sur la charge électrique superficielle, normalement négative, des colloïdes spermatiques ; les modifications de cette charge expliqueraient la plus ou moins grande facilité d'un spermatozoïde donné à pénétrer dans un œuf étranger.

Je résume ces résultats dans le Tableau suivant :

	Durée (en heures) du développement pour	
	$P_H = 8,1$.	$P_H = 8,4$.
Sabellaria × *S*.	44h-50h	27h
Halosydna × *H*.	26-30	18
Halosydna ♀ × *Sabellaria* ♂	30	18-23
Sabellaria ♀ × *H*.	Résultats nuls	[40]
Halosydna ♀ × *Favorinus* ♂	ou	26
Halosydna ♀ × *Asterias* ♂	médiocres	30

Je dois, en dernier lieu, observer que, faute d'une instrumentation suffisante, je n'ai pas tenu compte de [CO^2 total] et que mes chiffres ne peuvent avoir, de ce fait, une exactitude rigoureuse. P_H, en effet, dépend non seulement de $(\overset{+}{H})$, mais aussi des ions bicarbonates. Il implique les deux constantes de dissociation de l'acide carbonique, C_1 et C_2. Le degré de dissociation α de l'acide carbonique part de zéro, arrive à un maximum qui dépend de $\frac{C_1}{C_2}$, et revient à zéro. Le maximum est atteint pour

$$[\overset{+}{H}] = \sqrt{C_1 C_2},$$

ou en forme logarithmique, pour

$$P_H = \frac{1}{2} p C_1 + \frac{1}{2} p C_2,$$

si l'on pose

$$pC = \log \frac{1}{C} \quad (^1).$$

(1) ALPHONSE LABBÉ, *La solubilité et la précipitation du carbonate de calcium dans l'eau de mer et ses conséquences biologiques* (*Bull. Inst. océanogr.*, 1923).

BIOLOGIE. — *Le Trématode des perles de nacre des moules de Provence.* Note [1] de M. **Robert Dollfus**, présentée par M. F. Mesnil.

Chez les *Mytilus galloprovincialis* Lmck. de quelques points du littoral de Provence : Port-de-Bouc (Bouches-du-Rhône), Tamaris-sur-Mer (Var), Raphaël Dubois a signalé la présence de petites perles de nacre produites par la réaction du Mollusque vis-à-vis de larves de Distome qui, ayant pénétré entre le manteau et la coquille, s'étaient établies, isolées ou par groupes de deux à sept, dans des invaginations du manteau ou des logettes tapissées d'épithélium palléal. Le mode de formation de ces productions perlières a été étudié chez divers Lamellibranches de nos côtes, dès 1897, par Alfred Giard et ensuite par Raphaël Dubois, Lyster, Jameson, etc. La question qui nous occupe aujourd'hui est celle de l'identification de la larve margaritigène de Distome des *Mytilus* de Provence.

Raphaël Dubois (1903) [2], annonçant la découverte de ce parasite, fut d'abord d'avis qu'il n'était pas identique à celui connu chez les *Mytilus edulis* L. de Billiers (Morbiban). Un peu plus tard, cependant, Raphaël Dubois (1907) [3], sur l'avis de son collègue Jules Guiart, modifia son opinion première et admit que la larve de Distome des moules de Provence appartenait à la même espèce que celle des moules de Billiers [*Gymnophallus margaritarum* (R. Dubois), 1901].

Nous avons reçu de R. Dubois quelques préparations de la larve margaritigène trouvée par lui « *inter pallium et conchas* » des *M. galloprovincialis* Lamck.; il nous a été facile de nous rendre compte que cette larve est nettement différente de celle des *M. edulis* L. de Billiers décrite si exactement par Lyster Jameson (1902); c'est une forme nouvelle n'ayant encore été ni décrite ni nommée, toutefois nous l'avons reconnue dans une figure de larve en voie d'englobement par le calcaire figurée par R. Dubois (1909, p. 59, fig 10) [3]; nous proposons de la désigner sous le nom de *Metacercaria* (*Gymnophallus*) *Duboisi*, n. sp.

---

(1) Séance du 7 mai 1923.

(2) *Comptes rendus*, t. 136, 1903, p. 179.

(3) *Annales de l'Université de Lyon*, nouvelle série. I. *Sciences et Médecine*, fasc. 29, p. 66.

Larve de *Gymnophallus*, au stade *Metacercaria* (1), à contour régulièrement ellipsoïdal, longue de $0^{mm},23$ à $0^{mm},27$, large de $0^{mm},12$ à $0^{mm},17$ environ, à cuticule finement spiculée; ventouse antérieure grande, occupant le quart antérieur de la longueur du corps; prépharynx absent; pharynx globuleux dont le diamètre atteint ou dépasse peu le tiers du diamètre de la ventouse orale; œsophage court, se bifurquant presque exactement au premier tiers de la longueur du corps; cæca intestinaux très volumineux, ellipsoïdaux, occupant tout le tiers moyen du corps et débordant dans le tiers antérieur, presque contigus dans le plan médio-sagittal; ventouse ventrale, petite, son diamètre est compris environ deux fois ou un peu moins dans celui de la ventouse orale, son centre est à la limite du tiers moyen et du tiers postérieur de la longueur du corps et un peu au-dessous; vessie en forme de lyre, dont la partie basale

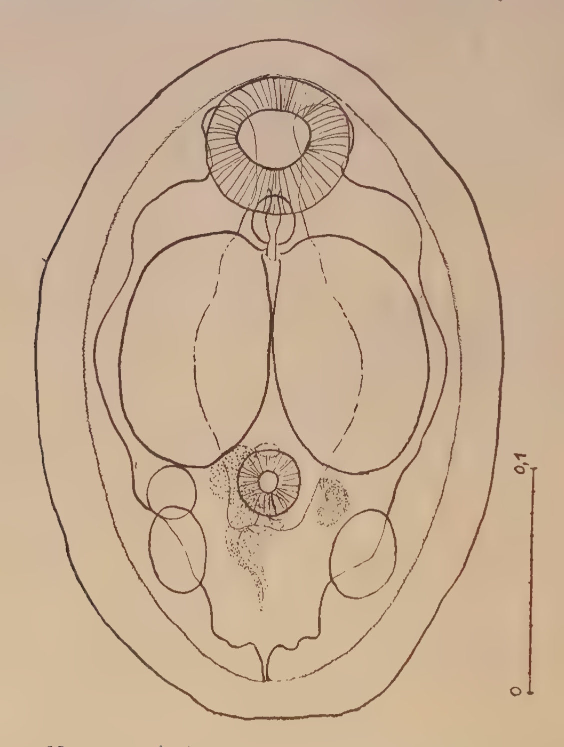


Fig. — *Metacercaria* (*Gymnophallus*) *Duboisi*. n. sp. (*in toto*).

occupe le quart postérieur du corps, donnant naissance de chaque côté à une branche qui s'étend antérieurement jusqu'au delà du centre de la ventouse orale, débordant latéralement les cæca intestinaux; ébauches génitales développées, quelquefois bien distinctes et comprenant : une paire de testicules ellipsoïdaux, latéraux, symétriques, un peu en arrière du niveau du centre ou du bord postérieur de la ventouse ventrale;

(1) Chez les *Gymnophallus*, le passage du stade *Cercaria* au stade *Metacercaria* n'est jamais accompagné de la sécrétion d'un kyste par la larve.

ovaire globuleux, latéral, entre le testicule droit et la base du cæcum intestinal droit; vésicule séminale volumineuse, entre la ventouse ventrale et le testicule gauche; atrium génital tubuleux, grand, contourné; emplacement du futur pore génital médian sur le bord antérieur de la ventouse ventrale; ébauche de l'utérus, sinueuse, médiane, en arrière du pore génital.

L'adulte correspondant est à rechercher chez les Oiseaux mangeurs de moules en Provence.

Metacercaria (*Gymnophallus*) *Duboisi* nob. est extrêmement voisin d'*Adolescaria perla* Sinitzine (1911) (1), des *Mytilus edulis* L. et *Venus* (sp. ?) de la mer Noire. Cette métacercaire est elle-même peu différente d'une métacercaire, également margaritigène, que nous avons observée par nids de plusieurs individus « inter pallium et conchas » chez les *Tapes pullaster* Montagu de Saint-Vaast-la-Hougue (Manche). La métacercaire des moules de la mer Noire et celle des *Tapes* de Saint-Vaast sont d'abord entourées d'une enveloppe gélatineuse transparente (apparemment sécrétée par le parasite), qui s'imprègne peu à peu de calcaire. Le processus de calcification aboutit à la formation d'une sorte de « calcosphérite », au centre de laquelle dégénère bientôt la larve emprisonnée.

Sinitzine ne signale pas son *Adolescaria perla* entre le manteau et la coquille, mais dans différents organes et surtout à la base des lamelles branchiales; la vésicule gélatineuse renfermant le parasite peut donc s'imprégner de calcaire ailleurs qu'au contact direct de l'épithélium palléal, mais il est toujours permis de supposer que le parasite a entraîné avec lui quelques cellules épithéliales qui, en se multipliant dans les tissus, ont donné naissance au sac perlier.

MÉDECINE. — *Similitudes des chocs en médecine; leur superposition dangereuse, mais évitable.* Note de M. **Foveau de Courmelles**, présentée par M. Bazy.

M. Louis Bazy a signalé en 1922 le cas d'une fibromateuse irradiée aux rayons X, puis il eut recours à l'intervention chirurgicale qui fut simple et sans complications. Cependant, la malade succomba. D'autre part, quelques

(1) *Mém. Acad. imp. Sciences Saint-Pétersbourg*, 8e série, Classe physico-mathématique, vol. 30, n° 5 (voir p. 38-39, 90, 126, pl. V, fig. 80-81).

chirurgiens ont signalé le choc opératoire plus intense chez des malades antérieurement radiothérapisées.

Peu après les premières applications des rayons X au traitement des fibromes ([1]), je signalai des accidents, hypotension, fièvre, courbature, plus ou moins intenses chez des patientes irradiées avec intervalles. En mai 1904, les chocs hémoclasique, anaphylactique étaient inconnus, et je me bornai à constater et publier le premier fait assez inquiétant venant de se produire. J'en eus, ensuite, d'autres moins graves. Les intensités étaient faibles : je procédai alors par séries de dix séances avec longs intervalles de repos, de façon à laisser aux radiations le temps d'agir et de s'éliminer. Les accidents de choc, indéniables à la clarté actuelle des travaux de MM. Ch. Richet, F. Widal, ne se produisaient pas au début des applications, ni même par leur cumul, mais après un repos et une reprise des séances, donc, par choc anaphylactique ou anaphylactoïde.

Un cas récent, très typique, a été également cité à la *Société de Chirurgie*, en 1922, par M. Auvray : il s'agissait d'un fibrome traité plusieurs années sans accidents, puis, après une application de deux heures, une poussée de pelvipéritonite se produisit. Il s'agissait donc là encore d'un véritable choc, de cause réelle, vraisemblablement due à une application brusquement plus intense et plus longue.

La *radio-anaphylaxie*, comme je l'appelle, existe donc ([2]), et je n'en veux faire état que pour démontrer le choc par les radiations se pouvant ajouter à d'autres chocs, médicamenteux, traumatique, opératoire, pouvant par suite produire des accidents graves, voire mortels, et dont la cause paraissait inconnue. Le cas publié par M. Louis Bazy ne doit pas être le seul, et son explication par superposition de deux chocs peut permettre d'en éviter le retour.

L'état de choc étant connu, se révélant par l'état du sang, des variations globulaires, de la tension artérielle, la coagulation, l'indice réfractométrique, etc., on n'opérera pas immédiatement un ou une malade en état de choc radio-anaphylactique.

Inversement, dans les cas de cancers opérés, on irradie souvent assez rapidement après l'acte chirurgical, pour empêcher ou retarder les récidives ; parfois même, certains opérateurs ont fait irradier, la plaie ouverte.

([1]) Foveau de Courmelles, *Comptes rendus*, 11 janvier 1904.

([2]) *Société de Pathologie comparée*, 11 avril, 13 juin et 14 novembre 1922.

On voit qu'il conviendra également, dans ces cas, de vérifier l'état des patients au point de vue du choc chirurgical, et s'il existe, d'attendre qu'il soit disparu, avant de procéder à la radiothérapie.

C'est l'état de choc de la radiothérapie dite profonde si vantée à l'heure présente qui a produit le nombre de cas de morts déjà publiés (à côté de plus nombreuses guérisons retentissantes). Les expériences faites sur des organes isolés puis ramenés à la circulation générale, des sujets en expérience, ont montré des phénomènes de floculation mortels. Ceci est à rapprocher de cas de blessés de guerre pris dans des éboulements par un membre par exemple, sortant indemnes en apparence, puis en proie à des phénomènes graves, et mourant. Les produits toxiques ou mieux floculés (A. Lumière) ont envahi l'organisme et ce choc en a supprimé toute vitalité.

Certaines brûlures industrielles électriques, en apparence très localisées, peu graves, certains corps chimiques corrodant une petite région, ont parfois une action ultérieure, allant même jusqu'à la mort, et vraisemblablement par entraînement, dans tout l'organisme, de produits floculés d'abord sur place.

MM. H. Vallée et L. Bazy pensent que l'intoxication déterminant le choc des blessés de guerre peut être due aux toxines sécrétées par les microbes anaérobiés infectant les plaies. Dans le choc radio-anaphylactique produit souvent sans ulcération apparente, l'explication paraît différente. Mais les manifestations, les résultats, les phénomènes résultants semblent bien démontrer la similitude des chocs et leur addition possible.

Quoi qu'il en soit, les chocs, quelle que soit leur origine, paraissent analogues et superposables. En matière de radiations, rayons X, radium, ultraviolets sont parfois interchangeables. Quand on le peut, l'urgence ne s'imposant pas toujours, on doit donc éviter toute superposition de chocs, la valeur de chacun étant encore difficile à apprécier exactement et variant d'ailleurs avec chaque individu; ainsi, croyons-nous, bien des morts ou des accidents graves seront évités.

A 15^{h}10^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 15^{h}50^{m}.

É. P.

ERRATA.

—

(Séance du 3 avril 1923.)

Note de M. *de Sparre*, Sur le rendement des turbines à réaction munies de tubes d'aspiration :

Page 937, formule (5), *au lieu de*

$$(5)\quad (p+q_1\mu)z^2 - 2n(\mu i + l)z - m(\mu i + l)^2 - \mu^2 z^2 \frac{r_1^2}{r_0^2}\sin\beta_1 \cot\beta_1' \left[\cot\beta_1' - 2\left(\frac{\mu i + l}{\mu z \sin\beta_1} - \cot\beta_1\right)\right] = 0,$$

lire

$$(5)\quad (p+q_1\mu^2)z^2 - 2.n(\mu i + l)z - m(\mu i + l)^2 + \mu^2 z^2 \frac{r_1^2}{r_0^2}\sin^2\beta_1 \cot\beta_1' \left[\cot\beta_1' - 2\left(\frac{\mu i + l}{\mu z \sin\beta_1} - \cot\beta_1\right)\right] = 0.$$

Page 938, ligne 12, *au lieu de*

$$l_1' = 2\,\frac{\mu m i + \mu \nu_1' z - n z(z-1)}{A}\, l_0,$$

lire

$$l_2' = 2\,\frac{\mu m i + \mu \nu_1' z - n z(z-1)}{A} - l_0.$$